

TUTORAT UE1 2011-2012 – Biostatistiques

CORRECTION Séance n°1 – Semaine du 26/09/2011

Probabilités et échantillonnage – Dujols

Séance préparée par DUHAMEL Camille et HUANG Qiaoyan

QCM n°1 : F

- Faux : elle peut se faire par le biais de deux outils : l'observation et l'expérimentation.
- Faux : on ne peut jamais conclure à l'exactitude d'une théorie : on va dire qu'elle est corroborée, c'est la meilleure disponible à ce jour.
- Faux : une seule observation contraire (un cygne noir) suffit à réfuter la théorie (« tous les cygnes sont blancs »).
- Faux : En science de la vie (chez l'humain), il est impossible d'isoler le phénomène à étudier car il y a une multitude de variables (connues ou non) et on ne peut pas toutes les maîtriser.
- Faux : la notion de temporalité concerne le fait que la cause doit précéder l'effet.

QCM n°2 : A, C, E

- Vrai** : elles ne sont pas prévisibles (ex : taux de cholestérol.)
- Faux : c'est la variabilité biologique (inter et intra individuelle)
- Vrai** : les sujets sont répartis au hasard entre les groupes.
- Faux : le tirage au sort au sort est considéré comme éthique. Pour l'expérimentation d'un nouveau traitement anti cancéreux : les 2 groupes seront tirés au sort : l'un recevra le nouveau traitement l'autre recevra le traitement de référence.
- Vrai** : L'effet thérapeutique résultant d'une prise médicamenteuse est dû à l'effet pharmacologique de la molécule ainsi qu'à l'effet placebo. Lors de l'aveugle de l'observé (le malade ne sait pas dans quel groupe il a été affecté), les 2 groupes de patient prennent tous les 2 un médicament (de la même forme) dans les mêmes conditions, et donc la différence entre les 2 groupes sera dû à l'effet pharmacologique.

QCM n°3 : D

- Faux : on ne peut pas répéter les expérimentations à l'identique du fait de la variabilité inter- et intra-individuelle.
- Faux : la démarche expérimentale en sciences de la vie se fonde sur la comparaison de groupes de sujets.
- Faux : on fixe les variables sauf 2 (la cause et l'effet).
- Vrai**.
- Faux : chacun des échantillons représentatifs de la population peuvent avoir des moyennes différentes entre-elles et/ou différentes de celle de la population.

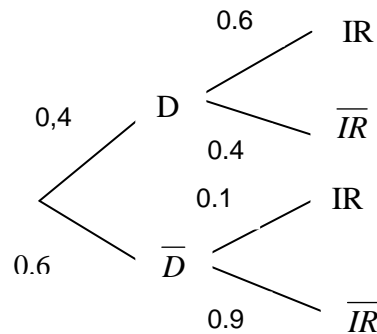
QCM n°4 : A

- Vrai** : cela revient à la probabilité de tirer une boule rouge soit 3/10 (nombre de cas favorable/nombre de cas possible).
- Faux : Soit A l'évènement « sirop de grenadine ». Soit B l'évènement « jus de pamplemousse »
D'après l'énoncé, on a : $P(A)=0.3$ $P(B)=0.2$ et $P(A \cap B)=0.1$
(Rappel : \cap se lit comme « et » et \cup se lit comme « ou »)
On nous demande $P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(A \cup B) = 1 - [P(A) + P(B) - P(A \cap B)] = 1 - [0.3 + 0.2 - 0.1] = 0.6$
- Faux : on ne l'utilise que dans le cas d'évènements équiprobables

- d) Faux : la valeur 5 est commune aux 2 évènements. Rappel : 2 évènements sont incompatibles s'ils ne peuvent se produire simultanément.
- e) Faux : Si A et B sont incompatibles, on a donc $P(A \cap B) = \emptyset$. Et donc $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.

QCM n°5 : B

Traduisons l'énoncé : $P(D) = 0.4$; $P(IR/D) = 0.6$; $P(\overline{IR}/\overline{D}) = 0.9$
Faisons un arbre pour y voir plus clair :



- a) Faux. On utilise le théorème de Bayes

$$P(D/IR) = \frac{P(IR/D) \times P(D)}{P(IR/D) \times P(D) + P(IR/\overline{D}) \times P(\overline{D})} = \frac{0.6 \times 0.4}{0.6 \times 0.4 + 0.1 \times 0.6} = 0.8$$

- b) **Vrai.**

c) Faux.

d) Faux.

- e) Faux : Deux évènements sont indépendants si l'existence de l'un n'influe pas sur celle de l'autre, c'est-à-dire si $P(A/B) = P(A)$

Si $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$ alors A et B sont indépendants.

Il suffit donc ici de calculer $P(D) \times P(IR)$ ainsi que $P(D \cap IR)$ et voir si ils sont égaux.

* Calculons $P(D) \times P(IR)$:

Par lecture sur l'arbre, on a $P(IR) = P(D) \times P(IR/D) + P(\overline{D}) \times P(IR/\overline{D}) = 0.4 \times 0.6 + 0.6 \times 0.1 = 0.3$

Donc $P(D) \times P(IR) = 0.4 \times 0.3 = 0.12$

* Calculons $P(D \cap IR)$:

$P(D \cap IR) = P(D/IR) \times P(IR) = 0.8 \times 0.3 = 0.24$

⇒ On a donc $P(D \cap IR) \neq P(D) \times P(IR)$ donc les 2 évènements ne sont pas indépendants.

QCM n°6 : A, E

- a) **Vrai.**

b) Faux : variable quantitative continue.

c) Faux : la survenue ou non de la maladie est une variable qualitative nominale (binaire) car il n'y a pas de relation d'ordre. Par contre, l'intensité de la douleur est bien une variable qualitative ordinale (douleur légère > modérée > intense...).

d) Faux :

e) **Vrai.**

QCM n°7 : F

C : « chauffage fonctionne dans 20 ans »

M : « machine à café fonctionne dans 20 ans ».

a) Faux : M et C sont deux évènements indépendants, d'où $P(C \cap M) = P(C) \times P(M) = 0,5 \times 0,2 = 0,1$

b) Faux : $P(C \cup M) = 0,5 + 0,2 - P(C \cap M) = 0,5 + 0,2 - 0,5 \times 0,2 = 0,6$

c) Faux : l'évènement « un des 2 au moins ne fonctionne plus » est l'évènement contraire de « tous les 2 fonctionnent ».

La probabilité que les 2 fonctionnent : $P(C \cap M) = 0,5 \times 0,2 = 0,1$

La probabilité que l'un des 2 au moins ne fonctionne plus est égal à $1 - P(C \cap M) = 1 - 0,1 = 0,9$

d) Faux : $P(C \cap \overline{M}) = 0,5 \times 0,8 = 0,4$

e) Faux

QCM n°8 : A, B, C, E

a) **Vrai** : au loto, on ne tient pas compte de l'ordre donc le nombre de combinaisons possibles =

$$C_{49}^6 = \frac{49!}{(49-6)!6!} = 13983816 \text{ donc la probabilité de faire la bonne combinaison vaut } 1/13983816 \text{ soit } 7.15 \times 10^{-8}$$

b) **Vrai** : on tient compte de l'ordre, donc on a $A_{15}^3 = \frac{15!}{(15-3)!} = 2730$ classements possibles des 3

premiers parmi les 15 coureurs.

c) **Vrai** : on demande le nombre de permutation soit $7! = 5040$

d) Faux : ici deux méthodes :

Soit : la probabilité de tirer un jeton vert lors du premier tirage vaut : $4/9$

La probabilité de tirer un 2^{ème} jeton vert lors du 2^{ème} tirage vaut $3/8$ (car tirage sans remise)

La probabilité de tirer un 3^{ème} jeton vert lors du 3^{ème} tirage vaut $2/7$

Donc la probabilité de tirer successivement 3 jetons rouges vaut $4/9 \times 3/8 \times 2/7 = 0.0476$

Soit on fait $\frac{\text{nb de cas favorables}}{\text{nb de cas possibles}}$:

Le nombre d'arrangement des 3 jetons verts parmi les 4 = nb de cas favorables

Le nombre d'arrangement des 3 jetons parmi les 9 = nb de cas possibles

On obtient donc $\frac{A_4^3}{A_9^3} = 0.0476$

e) **Vrai** : la probabilité de « ne tirer aucun jeton vert » = « la probabilité de tirer 3 jetons rouge », pareil deux méthodes :

Soit : $5/9 \times 4/8 \times 3/7 = 0.119$

Soit : $\frac{A_5^3}{A_9^3} = 0.119$

QCM n°9 : A, B, E

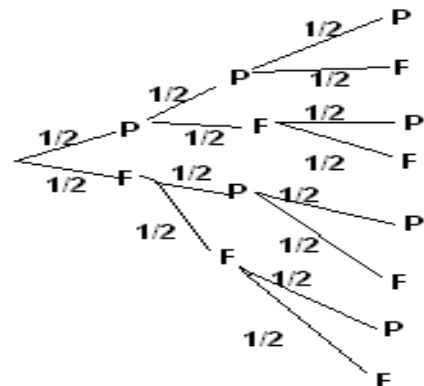
P : « obtenir face lors d'un lancer de pièce »

F : « obtenir pile lors d'un lancer de pièce »

a) **Vrai** : cf. l'arbre.

b) **Vrai** : chaque lancé de pièce est indépendant, donc $P\{F\} = P\{P\} = 1/2$

c) Faux : $P\{F ; P ; F\} = P\{F ; F ; F\} = 1/8$



d) Faux : le jeu est favorable au joueur, car il peut espérer gagner 1,25 € (cf. tableau).

e) **Vrai**.

X_i	12	10	-8
P_i	1/8	3/8	4/8

*Espérance $E(X_i) = 12 \times \frac{1}{8} + 10 \times \frac{3}{8} + (-8) \times \frac{4}{8} = 1,25$

QCM n°10 : C

- a) Faux : $10! = 3628800$
- b) Faux : le nombre de tirages simultanés de 3 jetons : $C^3_{10} = 120$
Le nombre de tirages successifs et sans remise de 3 jetons : $A^3_{10} = 720$
- c) **Vrai** : le nombre de cas favorable = le nombre de combinaison $\{1, 2, 3\}$ lors d'un tirage = 1
Le nombre de cas possible = le nombre de tirages simultanés de 3 jetons = 120
D'où la probabilité $P(\text{si}) = 1/120$
- d) Faux : le nombre de cas favorable = le nombre de combinaison $\{1, 2, 3\}$ avec tirage successif avec remise = 1
Le nombre de cas possible = le nombre de tirages successifs de 3 jetons avec remise = 10^3
D'où la probabilité $P(\text{su}) = 1/10^3 = 0,001$
- e) Faux : $\frac{10}{15} \times \frac{5}{14} \times \frac{9}{13} = \frac{450}{2730}$ (faire un arbre).

QCM n°11 : A, B, D

- a) **Vrai**
- b) **Vrai**
- c) Faux : c'est le tirage au sort qui permet de maintenir la comparabilité initiale des groupes.
- d) **Vrai**. A chaque essai thérapeutique, il faut penser à l'aveugle. Mais ce n'est pas toujours possible notamment en chirurgie : le malade et le chirurgien ne pourront pas être aveugles, en revanche l'interpréteur oui.
- e) Faux : Un double aveugle = ni le patient ni le médecin ne savent !

QCM n°12 : B

+ : test positif

- : test négatif

- a) Faux : $Se = P(+/M) = \frac{96}{96+4} = 0,96$
- b) **Vrai** : $Sp = P(-/\bar{M}) = \frac{385}{385+15} \approx 0,96$
- c) Faux : Faux positif = $P(+/\bar{M}) = \frac{15}{385+15} = 0,0375$
- d) Faux : $VPP = P(M/+) = \frac{96}{96+15} \approx 0,865$
- e) Faux : $VPN = P(\bar{M}/-) = \frac{385}{385+4} \approx 0,99$

QCM n°13 : D

- a) Faux : c'est l'échantillon qui est constitué des 40 étudiants.
- b) Faux : l'échantillon a été tiré au sort, il est donc représentatif.
- c) Faux : il y a des critères d'appartenance à la population (ici la population est représentée par l'ensemble des étudiants montpelliérains).
- d) **Vrai** : $m = \frac{0 \times 1 + 1 \times 5 + 2 \times 8 + 3 \times 3 + 4 \times 7 + 5 \times 2 + 6 \times 1 + 7 \times 3 + 8 \times 5 + 9 \times 3 + 10 \times 2}{40} = 4.55$
- e) Faux :
 $s_0^2 = \frac{(0-4.55)^2 + (1-4.55)^2 \times 5 + (2-4.55)^2 \times 8 + (3-4.55)^2 \times 3 + (4-4.55)^2 \times 7 + \dots + (10-4.55)^2 \times 2}{40}$
 $= 8.6$
L'écart type vaut $s_0 = 2.932$

QCM n°14 : C, D, E

- a) Faux : on dit que la moyenne m de l'échantillon est une fluctuation aléatoire de la moyenne μ de la population.
- b) Faux : Le mode correspond à la valeur de la série avec l'effectif le plus élevé. Ici l'effectif le plus élevé est 8 donc le mode est 2.

La médiane correspond à la valeur qui sépare la série en 2 groupes égaux. Pour la calculer, il suffit de faire les effectifs cumulés :

nb de connexion	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
effectif	1	5	8	3	7	2	1	3	5	3	2
Effectif cumulé	1	6	14	17	24	26	27	30	35	38	40

La médiane est donc 4.

- c) **Vrai** : les percentiles divisent la série en groupe de 1%
- d) **Vrai** : le 2^{ème} décile correspond à un effectif cumulé de 8 (0.2×40) et le 3^{ème} décile correspond à un effectif cumulé (0.3×40) de 12. Ils valent donc tous les deux 2.
- e) **Vrai** : Q1 correspond à un effectif cumulé de 10 (0.25×40), il vaut donc ici 2. Donc 25% des individus de cet échantillon ont une valeur inférieure ou égale à 2 et 75% une valeur supérieure ou égale à 2.

QCM n°15 : E

a) Faux : Moyenne $m = \frac{1,5 \times 7 + 3,5 \times 11 + 4 \times 12 + \dots + 10 \times 7 + 11 \times 2 + 12 \times 2}{7 + 11 + 12 + \dots + 7 + 2 + 2} \approx 6,055$

b) Faux : Variance de l'échantillon $s_o^2 = \frac{(1,5 - 6,055)^2 \times 7 + (3,5 - 6,055)^2 \times 11 + \dots + (12 - 6,055)^2 \times 2}{7 + 11 + 12 + \dots + 7 + 2 + 2} \approx 6,26$

Ou variance de l'échantillon $s_o^2 = \frac{1}{n} \times \sum_1^i X_i^2 - (\bar{X})^2 = \frac{1}{100} \times 4292,25 - 36,66 \approx 6,26$

(Et l'écart type $s_o = \sqrt{6,26} \approx 2,5$)

- c) Faux : le mode = 6,5 = la note qu'obtient le groupe des étudiants représentant l'effectif le plus important.
- d) Faux : pour calculer la moyenne à partir d'un histogramme : on calcule d'abord la valeur médiane de chaque classe, et on attribue cette valeur à chaque sujet appartenant de sa classe.

D'où moyenne $m = \frac{1 \times 7 + 3 \times 11 + 5 \times 23 + 7 \times 33 + 9 \times 15 + 11 \times 9 + 13 \times 2}{7 + 11 + 23 + 33 + 15 + 9 + 2} = 6,46$

notes	effectif
$0 < x < 2$	7
$2 < x < 4$	11
$4 < x < 6$	23
$6 < x < 8$	33
$8 < x < 10$	15
$10 < x < 12$	9
$12 < x < 14$	2

- e) **Vrai** : dans un histogramme le mode est la valeur médiane de la classe modale ; et cette dernière est comprise dans l'intervalle [6;8]. D'où le mode est égal à 7 ici.