TUTORAT UE4 2011-2012 – STATISTIQUES
Séance n°2 – Semaine du 3/10/2011

Lois de probabilités – Sabatier

Séance préparée par FUSARO Mathieu, MILHAU Laura et SARTHOULET Grégoire
(ATP !!!)

QCM n°1 : B, C, D

a) Faux
b) Vrai, car succès= défectueux et échec = normal.
c) **Vrai**, X~B (80 ; 0.02) or n>20 et p<0.5 donc approximation à une loi de poisson de paramètre λ=np.
d) **Vrai,** P(X≤2) = P(X=0) +P(X=1) +P(X=2) = $\sum_{k=0}^{2} \binom{n}{k} 0.02^k 0.98^{n-k} = 0.78$
e) Faux
f) Faux

QCM n°2 : A, C

a) **Vrai** car 2 évènements complémentaires.
b) Faux
c) **Vrai**, loi de poisson car phénomène rare.
d) Faux, P(X≥3)= 1 -P(X<3) =1-[P(X=0) + P(X=1) + P(X=2)] $=1-\left(\frac{3^0 e^{-3}}{0!}+\frac{3^1 e^{-3}}{1!}+\frac{3^2 e^{-3}}{2!}\right)$
$= 1 - e^{-3}\left(1+3+\frac{9}{2}\right)$ = 0.5768
e) Faux
f) Faux

QCM n°3 : B, D

a) FAUX
b) VRAI car maladie rare.
c) FAUX : P(X ≥ 1) =0,91 ⇔ $P(X=0) = 0{,}09 = \frac{\lambda^0 e^{-\lambda}}{0\,!} = e^{-\lambda}$ ⇔ λ= -ln(0,09) = 2,41
d) **VRAI** : voir C
e) FAUX : Var(X) = E(X) = λ
f) FAUX

QCM n°4 : D

a) FAUX : X suit une loi binomiale
b) FAUX : voir A
c) FAUX : P(X>1) = 1- P(X=0) – P(X=1) = 1 –$(0{,}96)^{50}$ – 50 x (0,04) x $(0{,}96)^{49}$ = 0,5995
d) **VRAI** : 1 – P(X=0) > 0,5 ⇔ 1- $(0{,}96)^n$ > 0,5 ⇔ $(0{,}96)^n$ < 0,5
⇔ n.log(0,96) < log(0,5) ⇔ n > log(0,5) / log(0,96) = 16,98 donc n > 17

e) FAUX : voir D
f) FAUX

QCM n°5 : **A, D, E**

a) VRAI
Binomiale : épreuves indépendantes l'une de l'autre, uniquement deux réponses possibles : albinos ou pas albinos, p=103/10000=0,0103
b) FAUX $P(X=0) = C_{100}^{0} \times 0{,}0103^{0} \times (1-0{,}0103)^{100} = 0{,}355$
c) FAUX
E(X) = np= 100 x 0,0103 = 1,03 Var(X) = npq = 1,01939 σ =√npq= 1,01
d) VRAI
n>20 et p<0,5 et np fini donc approximation de la Loi Binomiale par une Loi de Poisson
e) VRAI
λ = np = 1,03 donc $P(X=0) = \frac{e^{-1{,}03}1{,}03^{0}}{0!} = 0{,}357$
f) FAUX

QCM n°6 : **A, B, E**

a) VRAI
$\int_{-\infty}^{+\infty} 2(a+x^2) = 1 \rightarrow \int_{0}^{1} 2(a+x^2) = 1 \rightarrow 2\left[ax+\frac{x^3}{3}\right]_0^1 = 1$
$\rightarrow 2\left(a+\frac{1}{3}\right) = 1 \rightarrow a = \frac{1}{6}$
b) VRAI
E(X)= $\int_{-\infty}^{+\infty} xf(x)dx \rightarrow 2\left[\frac{x^2}{12}+\frac{x4}{4}\right]_0^1 = \frac{2}{3}$

c) FAUX
d) FAUX, Var(X)= E(X²)-E(X)² avec E(X)²= $\left(\frac{2}{3}\right)^2$
E(X²)= $\int_{-\infty}^{+\infty} x^2 \times 2\left(\frac{1}{6}+x^2\right)dx = 2\left[\frac{x^3}{18}+\frac{x^5}{5}\right] = 2\left(\frac{1}{18}+\frac{1}{5}\right) = \frac{14}{45}$ donc Var(X)=$\frac{14}{45} - \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{1}{15}$
e) VRAI
f) FAUX

QCM n°7 : **E**

a) Faux
b) Faux
c) Faux
d) Faux,
P (3<x<4) = = $P(\frac{(3-1)}{3} \leq U \leq \frac{(4-1)}{3})$ = π(1)-π (0.67) = 0.8413-0.7486=0.0927 soit 0.093
e) **Vrai**
f) Faux

QCM n°8 : **A, E**

a) **VRAI** 15 est la moyennes donc P(X≤15)= 0,5
P(X≤15)= F(15)= π($\frac{15-15}{8}$) $= \pi(0) = 0{,}500$
b) FAUX Pour une loi continue, P(X=x)=0
c) FAUX P(X>21)= 1- P(X≤21) = 1-$\pi\left(\frac{21-15}{8}\right) = \pi(0{,}75) = 1 - 0{,}7734 = 0{,}2266$
d) FAUX P(X≤9)= $\pi\left(\frac{9-15}{8}\right) = \pi(-0{,}75) = 0{,}2266$
e) **VRAI** P(X>9)= 1- P(X≤9)= 1-0,2266= 0,7734
f) FAUX

QCM n°9 : **A**

a) **Vrai**

P (μ-3σ<X<μ+3σ) $= \pi\left(\frac{\mu+3\sigma-\mu)}{\sigma}\right) - \pi\left(\frac{\mu-3\sigma-\mu}{\sigma}\right)$ = π(3)-π (-3) = 0.99865-0.00135 = 0.997

b) Faux
c) Faux
d) Faux
e) Faux

Pas d'approximation ou de condition à vérifier pour ce calcul. Passage de x à μ ne nécessite pas d'hypothèse préalable contrairement aux intervalles de confiance.

f) Faux

QCM n°10 : **D**

a) FAUX
Pour une loi continue, P(X=x)=0

b) FAUX

c) FAUX E(X)= $\frac{1}{\theta}$ et Var(X)= $\frac{1}{\theta^2}$

d) VRAI

e) FAUX P(X≤$\frac{1}{5}$) $= F\left(\frac{1}{5}\right) = 1 - e^{-5\times\frac{1}{5}} = 0{,}63$

f) FAUX

QCM n°11 : **A, C, D**

a) **VRAI** : cf énoncé

b) FAUX : variance d'une loi de poisson est égale à l'espérance (25)

c) **VRAI** : λ > 20 donc approximation par loi Normale possible N(λ, √ λ)

d) **VRAI** : lors du passage d'une loi discrète vers une loi continue (ajouter et retirer ½ de chaque côté de l'intervalle), pour l'item E, on ajoute 0,5 car c'est l'intervalle supérieur

e) FAUX : P(X>30) = 1 – P(X≤30) = 1 – P(X≤30,5) = 1 – P(X≤1,1) = 1- 0,8643 = 0,1357

f) FAUX

QCM n°12 : **A, B, C, E**

a) **VRAI** : 2 issues (succès/échec), expérience répétées n fois

b) **VRAI** : 1/20, cf énoncé

c) **VRAI** : E(X) = np = 0,05 x 200 = 10 et Var(X) = npq = 9,5

d) FAUX : l'approximation est possible (conditions remplies) mais elle ne sera pas centrée et réduite (ce sera une loi Normale quelconque)

e) **VRAI** : P(3<X<17) = P(4≤ X ≤ 16) = $P(\frac{3{,}5-10}{\sqrt{9.5}} \leq U \leq \frac{16{;}5-10}{\sqrt{9.5}})$ = P(-2,11 ≤ U ≤ 2,11) = π(2,11)– π(-2,11) = 0,9826 – 0,0174 = 0,9652

f) FAUX

QCM n°13 : **B, C**

a) FAUX
P(X>s_1) $= 0{,}05 \rightarrow P(X \leq s_1) = 0{,}95 \rightarrow \pi\left(\frac{s_1-10}{2}\right) = 0{,}95$
Par lecture inverse on trouve U= 1,64
D'où : $\frac{s_1-10}{2} = 1{,}64\ donc\ s_1 = 13{,}28$

b) VRAI

c) VRAI

d) FAUX P(X>s_2) $= 0{,}25 \rightarrow P(X \leq s_2) = 0{,}75 \rightarrow \pi\left(\frac{s_2-10}{2}\right) = 0{,}75$
Par lecture inverse on trouve U= 0,67
D'où : $\frac{s_2-10}{2} = 0{,}67\ donc\ s_2 = 11{,}34$

e) FAUX

f) FAUX