TUTORAT UE 4 2013-2014 – Biostatistiques
CORRECTION Séance n°2 – Semaine du 30/09/2013

Lois de Probabilités
M.SABATIER

Séance préparée par Séance préparée par GARRIGUES Guilhaume, IGHIDI Chayma, JEANNIN Elisa, ROBERT Marie et GUILLOU Alexandre (ATP).

QCM n°1 ***E***

A. Faux. Loi de probabilité continue.
B. Faux. Seulement pour les événements rares.
C. Faux. On utilise le théorème central limite pour passer d'une loi discrète à une loi continue.
D. Faux. Identiques et indépendantes.
E. **Vrai**.

QCM n°2 : ***B, E*** (dans cet exercice il faudrait compter le jour 5, 6 et 7 pour avoir un système complet d'évènements. On va faire comme si la semaine comportait 4 jours pour avoir un système complet d'évènement. Ce qui est important ici c'est la méthode donc ce ne sera pas dérangeant).

A. Faux. X suit une loi de probabilité <u>discrète</u> quelconque.
B. **Vrai**.

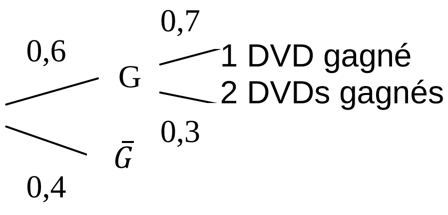
X	1	2	3	4
P(X)	0,04	0,15	a	b

Il faut résoudre un système à 2 inconnus. On pose :
0,04+2x0,15+3xa+4x0,49=3,26 (équation 1) et
a+b=0,81 (équation 2). En effet, la somme des probabilités est égale à 1 donc a+b=1-0,04-0,15.
On résout le système formé par les équations 1 et 2 pour trouver a et b.
Sinon, on peut tester les valeurs. 0,04+2x0,15+3x0,32+4x0.49=3,26.
Attention, on peut aussi additionner toutes les probabilités mais dans ce cas, l'item B et l'item C sont vrais. Il faut donc passer par l'espérance (comme ci-dessus) pour avoir les justes valeurs de a et b.

C. Faux.
D. Faux. On trouve cette valeur si on prend a=0,37 et b=0,44.
E. **Vrai.** Var(X)=(1^2x0,04+2^2x0,15+3^2x0,32+4^2x0,49)-$3,26^2$=0,7324.

QCM n°3 : **B, C**

Il faut faire un arbre : G : avoir une vignette gagnante. Traduction de l'énoncé : P(G)=0,6, P(1DVD|G)=0,7 et P(2DVD|G)=0,3.



X_i	0	1	2
P_i	0,4	0,42	0,18

A. Faux. P(X = 0) = 0.4 = $P(\bar{G})$.
B. **Vrai** : cf tableau ou $P(X=2) = P(X=2 \cap G) + P(X=2 \cap \bar{G}) = P(X=2|G)P(G) + P(X=2|\bar{G})P(\bar{G}) = 0{,}3 \times 0{,}6 + 0 = 0{,}18$.
C. **Vrai** : $E(X) = \sum xi.pi = 0 * 0{,}4 + 1 * 0{,}42 + 2 * 0{,}18 = 0{,}78$.
D. Faux. cf. C.
E. Faux: A cause de l'unité $\sum(xi^2 pi) - E(X)^2 = (0^2 * 0.4 + 1^2 * 0.42 + 2^2 * 0.18) - 0.78^2 = \ 0.5316\, DVD^2$.

QCM n°4 : A, C

A. **Vrai**. On a donc $P(X=k) = C_{10}^{k} 0{,}6^{k} 0{,}4^{10-k}$.
B. Faux. $P(X=0)=C^0_6 x0{,}37^0 x0{,}63^6=1x1x0{,}0625$.
C. **Vrai**. $P(X\geq 2)=1-P(X<2)=1-(P(X=0)+P(X=1))=1-(0{,}63^6+C^1_6 x0{,}37^1 x0{,}63^5)=0{,}717$.
D. Faux. C'est le résultat pour P(X>2). Dans ce cas, P(X>2)=1-(P(X=0)+P(X=1)+P(X=2))
=1-(0,0625+0,2203+0,3235)=0,3937.
E. Faux. Var(X)=1,40. E(X)=2,22.

QCM n°5 : A, C, E

A. **Vrai** : X suit une loi binomiale de paramètre B~ (10;0,6)
donc P(A) = P(X = 1) + P(X = 2) =$\binom{10}{1} * 0{,}6^1 * 0{,}4^9 + \binom{10}{2} * 0{,}6^2 * 0{,}4^8 = 0{,}0122$.
B. Faux. P(B) = 1 - P(X<4) = 1-(P(A) + P(X = 0) +P(X = 3))
=1-[(0,0122+$\binom{10}{0} * 0{,}6^0 * 0{,}4^{10} + \binom{10}{3} * 0{,}6^3 * 0{,}4^7 = 1 - [0{,}0122 + 1 * 1 * 1{,}0486 * 10^{-4} + 4{,}247 * 10^{-2}]$
=1-0,0548=0,9452.
C. **Vrai** : $P(A \cap B) = \frac{P(A|B)}{P(B)} = 0$.
D. Faux : $P(A) * P(B) \neq P(A \cap B)$.
E. .**Vrai** P(A∪B)=$P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0{,}0122 + 0{,}9452 - 0 = 0{,}9574$.

QCM n°6 : B, C, D ,E

A. Faux. Elle est généralement utilisée pour les événements rares car probabilité faible.
B. **Vrai**.
C. **Vrai**.
D. **Vrai**.
E. **Vrai** : $P\ (X \geq\ 1) =\ 0{,}8 = 1 - P(X=0)\ donc\ P(X=0) =\ 1\ -\ P\ (X \geq\ 1) =\ 1 -\ 0{,}8$
$P(X=0) =\ 0{,}2\ =\ \lambda^0\ e^{-\lambda}\ /\ 0\,! \qquad \lambda =\ -ln\,(0{,}2) =\ 1{,}609$
$E(X)\ =\ 1{,}609$.

QCM n°7 : A, C, D

A. **Vrai**. L'espérance est égale à λ. De plus, il s'agit d'une maladie rare, donc X suit bien une loi de Poisson de paramètre λ=6.
B. Faux. Il faut une correction de continuité quand on passe d'une loi discrète à une loi continue.
C. **Vrai**. $P(X\geq 2)=1-P(X=0)-P(X=1)=1-e^{-6}-6xe^{-6}=0{,}9826$.
D. **Vrai**. $P(X\leq 3)=P(X=0)+P(X=1)+P(X=2)+P(X=3)=e^{-6}+6e^{-6}+\frac{6^2 e^{-6}}{2!}+\frac{6^3 e^{-6}}{3!}=0{,}1512$.
E. Faux. $P(a\leq X<b)=P(a-0{,}5\leq X\leq b-0{,}5)$.

QCM n°8 : A, B, D

A. **Vrai**.
B. **Vrai** car n=150>20 et p=0,01<0,5.
C. Faux. λ=np=150x0,01=1,5.
D. **Vrai**.

E. Faux : $P(X = 2) = \frac{1{,}5^2 e^{-1{,}5}}{2} = 0{,}2510$.

QCM n°9 : **A, B, C, D, E**

A. **Vrai**. 150 épreuves indépendantes l'une de l'autre, avec seulement 2 réponses possibles et complémentaires : Etre ou pas atteint du cancer du colon avec P(cancer)=300/7000=0,0429.

B. **Vrai**. $P(X=0) = C_n^k\, p^k\, (1-p)^{n-k} = C_{150}^0 * (300/7000)^0 * (1-300/7000)^{150} = 1{,}401 \times 10^{-3}$.

C. **Vrai**. E(X) = np = 6,43.

D. **Vrai** : n > 20 et p < 0,5 donc possible approximation de la Loi Binomiale par une Loi de Poisson.

E. **Vrai**. P(X=0) avec une loi de Poisson = $e^{-\lambda} = 1{,}6 \times 10^{-3}$.

QCM n°10 : **F**

A. Faux. a=-4/9.

$$\int_2^5 a + \frac{2}{9}x \; dx = 1 \Leftrightarrow \left[ax + \frac{x^2}{9}\right]_2^5 = 1 \Leftrightarrow (5a+\frac{25}{9})-(2a+\frac{4}{9})=1 \Leftrightarrow 3a=-\frac{21}{9} \Leftrightarrow a=-\frac{4}{9}$$

B. Faux. P(X=3,7)=0.

C. Faux. P(X≤4,2)=0,5378

$$P(X\le 4{,}2)=\int_2^{4,2} -\frac{4}{9}+\frac{2}{9}x dx = \left[-\frac{4}{9}x+\frac{x^2}{9}\right]_2^{4,2} = \left[-\frac{4}{9}*4{,}2+\frac{4{,}2^2}{9}\right]-\left[-\frac{4}{9}*2+\frac{2^2}{9}\right]=121/225=0{,}5378.$$

D. Faux. E(X)=4.

$$E(X)= \int_2^5 xf(x) = \int_2^5 x(-\frac{4}{9}+\frac{2}{9}x)dx = \int_2^5 (-\frac{4}{9}x+\frac{2}{9}x^2)dx = \left[(-\frac{4}{9}*\frac{x^2}{2}+\frac{2}{9}*\frac{x^3}{3})\right]_2^5 =$$

$$\left[(-\frac{4}{9}*\frac{5^2}{2}+\frac{2}{9}*\frac{5^3}{3})\right]-\left[(-\frac{4}{9}*\frac{2^2}{2}+\frac{2}{9}*\frac{2^3}{3})\right]=\left[\frac{100}{27}\right]-\left[-\frac{8}{27}\right]=108/27=4.$$

E. Faux.

F. **Vrai.**

QCM n°11 : **A, D**

A. **Vrai**. Var(X)= σ^2 donc $\sigma = \sqrt{Var(X)}$.

B. Faux. $P(X\le 3{,}5)=u(\frac{3{,}5-2}{5})=0{,}6179$.

C. Faux. $P(3{,}5\le X\le 4{,}25)=P(X\le 4{,}25)-P(X\le 3{,}5)=u(\frac{4{,}25-2}{5})-u(\frac{3{,}5-2}{5})=u(0{,}45)-u(0{,}3)$. Après lecture sur la table de la loi centrée réduite, on obtient : P(3,5≤X≤4,25)=0,6736-0,6179=0,0557.

D. **Vrai**. P(X>1,05)=0,74 donc P(1,05≥X)=0,26. Par lecture inversée de la table de la loi normale centrée réduite, $\frac{1{,}05-\mu}{\sigma}=-0{,}64 \Rightarrow 1{,}05-\mu=-0{,}64\,\sigma$ (équation 1).

De même, P(X<2,38)=0,3483. Par lecture inversée de la table de la loi normale centrée réduite, $\frac{2{,}38-\mu}{\sigma}=-0{,}39 \Rightarrow 2{,}38-\mu=-0{,}39\sigma$ (équation 2).

On résout le système formé par les équations 1 et 2 pour trouver μ= 4,4548 et σ=5,32.

E. Attention, c'est σ= 5,32 et non pas σ^2.

QCM n°12 : **A, B**

A. **Vrai.** $P(X=0) = e^{-\lambda} = 0{,}06.10^{-9}$ donc $\lambda = -\ln(0{,}06.10^{-9}) = 23{,}54$.

B. **Vrai .**$P(X=15) = 23{,}54^{15}\, e^{-23{,}54} / 15\,! = 0.0173$.

C. Faux. $\lambda \geq 20$ donc approximation possible**,** mais valeurs fausses de moyenne et écart type. Les bonnes valeurs sont $\mu=\lambda=23{,}54$ et $\sigma=\sqrt{\lambda}=4{,}85$.

D. Faux . Possible en appliquant la correction de continuité. voir item e

E. Faux . $P(X=10) = P(9{,}5 < X < 10{,}5) = P(9{,}5 - 23{,}54/4{,}85 < U < 10{,}5 - 23{,}54/4{,}85)$
$= P(-2{,}89 < U < -2{,}69) = P(-.2{,}69) - P(-2{,}89) = 0{,}0036 - 0{,}0019 = 1{,}7\text{x}10^{-3}$.

F. Faux.

QCM n°13 : **A, C, D**

A. **Vrai**.

B. Faux.

C. **Vrai**. car n>20 et p<0,5 donc np=21.

D. **Vrai**. car n>30 np>5 et np(1-p)>5 et $\mu=n.p$ et $\sigma=\sqrt{npq}$.

E. Faux. S'applique à l'approximation par la loi normale car Binomiale et Poisson sont des lois discèrtes et la loi normale est continue.

QCM n°14 : ***D***

A. Faux. De n=100 et p=0,0812.

B. Faux. $\mu=np=8{,}12$ et $\sigma=\sqrt{(np(1-p))}=\sqrt{(7{,}4607)}$.

C. Faux.

D. **Vrai**. $P(X \leq 12) = \pi\left(\frac{12+0{,}5-8.12}{2.7314}\right) = \pi(1{,}60) = 0.9452.$

E. Faux. Inverse.