TUTORAT UE 4 2013-2014 – Biostatistiques
CORRECTION Séance n°3 – Semaine du 07/10/2013

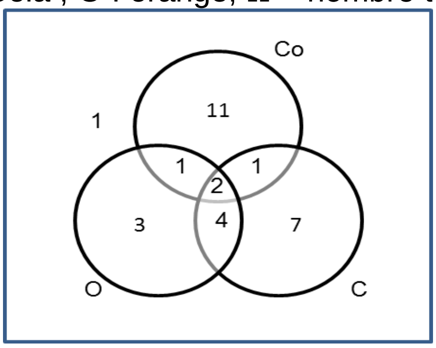
Séance d'entraînement
Dujols-Sabatier

<u>QCM n°1 :</u> **B, C, D, E**
<u>Traduction de l'énoncé par un tableau</u> :

	A	$\overline{A}$	Total
B	0,3	0,1	0,4
$\overline{B}$	0,4	0,2	0,6
Total	0,7	0,3	1

A. Faux. Ils sont en effet compatibles car P(A∩B) n'est pas égale à zéro mais ils ne sont pas indépendants car P(A)xP(B)=0,7x0,4=0,28 qui est diffèrent de 0,3=P(A∩B), comme montré dans le tableau ci-dessus.
B. **Vrai**. *Cf. tableau.*
C. **Vrai**. *Cf. tableau.*
D. **Vrai**. *Cf. tableau.*
E. **Vrai**. *Cf. tableau.*

<u>QCM n°2 :</u> **A, C, D**
<u>Traduction de l'énoncé par un dessin</u> :
C : chewing-gum ; Co : Cola ; O : orange; Ώ = nombre total d'élèves dans cette classe.



A. **Vrai**. *Cf. schéma.*
B. Faux. P(C∩O∩$\overline{Co}$)=4/30. (<u>Attention</u> : P(C∩O)=6/30, donc il ne faut pas oublier d'exclure l'évènement Cola). *Cf. schéma.*
C. **Vrai**. Nombre d'élèves n'ayant pris que chewing-gum et oranges=7+3+4+1+2+1=18. *Cf. schéma.*
D. **Vrai**. Nombre d'élèves ayant pris chewing-gum et Cola=1+2=3. *Cf schéma.*
E. Faux. P(O)=10/30 ; P(pas orange)=20/30 et donc la proportion de ceux incluant des fruits dans leur goûter est 2 fois moindre que ceux n'en incluant pas (et non pas 3 fois moindre). *Cf. schéma.*

QCM n°3 : **B**

A. Faux. Il est impossible de tirer en même temps 3 rois et 3 trèfles donc P(A∩B)=0. A et B sont donc incompatibles ; de plus P(A)≠0 et P(B)≠0 donc P(A)xP(B)≠0≠P(A∩B), ces événements ne sont donc pas indépendants.

B. **Vrai**. On a des tirages sans ordre et sans remise, on utilise donc des combinaisons : P(A)=$\frac{C_4^3}{C_{32}^3} = \frac{4}{4960}$.

C. Faux. P(B)=$\frac{C_8^3}{C_{32}^3} = \frac{56}{4960}$.

D. Faux. Si on ne réalise ni A, ni B alors:

$P(\overline{A} \cap \overline{B})$=$P(\overline{A \cup B})$=1-P(AUB)=1-[P(A)=P(B)-P(A∩B)]=1-($\frac{4}{4960} + \frac{56}{4960}$-0)=$\frac{4900}{4960}$.

E. Faux. Ni roi, ni trèfle : il nous reste 21 cartes. Donc : P(ni roi ; ni trèfle)=$\frac{C_{21}^3}{C_{32}^3} = \frac{1330}{4960}$.

QCM n°4 : **A, C, E**

A. **Vrai**. On a un choix sans ordre et sans répétition, on utilise donc des combinaisons : $C_{532}^6 = \frac{532!}{526! \times 6!} = 306 \times 10^{11}$.

B. Faux. P(A)=$\frac{C_7^3}{C_{15}^3} = \frac{1}{13}$=0,08.

C. **Vrai**. $C_8^3 \times C_9^2$=2016 (c'est seulement le nombre de cas possibles qui nous intéresse).

D. Faux. Il s'agit ici d'une permutation, on a donc: 12!=4,8x10^8 manières de faire la liste d'ordre de passage.

E. **Vrai**. T=souhaiter aller aux toilettes et R=réussir l'épreuve d'UE4.

P(T/R)=0,25 et P($\overline{R}$)=0,4 $\Rightarrow$ P(R)=1-0,4=0,6.
Ainsi: P(R∩T)=P(T/R)xP(R)=0,25x0,6=0,15.

QCM n°5 : **F**

A. Faux. Ce sont des tirages avec ordre et sans répétition, on utilise donc des arrangements : A_{14}^3=$\frac{14!}{(14-3)!}$=2184.

B. Faux. Nombre de cas favorables/nombre de cas possibles=(C_5^2xC_4^2)/C_{15}^4=0,044.

C. Faux. On a des tirages sans ordre et sans répétition, on utilise donc les combinaisons : C_{11}^3=$\frac{11!}{(11-3)!3!}$=165.

D. Faux. On a des tirages avec ordre et sans répétition, on utilise donc les arrangements : A_{11}^3=$\frac{11!}{(11-3)!}$=990.

E. Faux. On utilise la formule des permutations : 11!=39 916 800=3,99x10^7.

QCM n°6 : **A, C**

Tout d'abord on traduit les données de l'énoncé en notations probabilistes : P(B6)=0,4 et P(C)=0,15.
De plus, l'indépendance des événements se traduit par: P(B6∩C)=P(B6)xP(C)=0,15x0,4=0,06.

A. **Vrai**. P(B6UC)=P(B6)+P(C)-P(B6∩C)=0,15+0,4-0,06=0,49.

B. Faux. *Cf. item A.*

C. **Vrai**. P($\overline{B6} \cap \overline{C}$)=1-P(B6UC)=1-0,49=0,51.

D. Faux. *Cf. item C.*

E. Faux. P(B6∩$\overline{C}$)=P(B6)-P(B6∩C)=0,4-0,06=0,34.

QCM n°7 : **E**

A. Faux. On a P(A)=0,25 ; P(B)=0,75 ; P(T/A)=0,6 et P(T/B)=0,2.

En utilisant le théorème de Bayes on a : P(A/T)= $\frac{0,6\times 0,25}{0,6\times 0,25+0,2\times 0,75}$ =0,5.

Or P(A/T)=1-P(B/T) => P(B/T)=0.5, donc la probabilité que l'enfant ait pris le médicament A ou B sachant qu'il a des troubles de la respiration est la même.

B. Faux. Soit P(MC)=0,3 ; P(SF)=0,2 et P(MC∩SF)=0,1.

D'où P($\overline{MC}\cap\overline{SF}$)=1-P(MCUSF)=1-(P(MC)+P(SF)-P(MC∩SF))=1-(0,3+0,2-0,1)=0,6.

C. Faux. Attention ! Il s'agit d'événements indépendants et non incompatibles car P(A)xP(B)=P(A∩B).

D. Faux. La sensibilité correspond à la probabilité P(S/M).

E. **Vrai**. D'après le théorème de Bayes :

P(O/HTA)= $\frac{P(HTA/O)\times P(O)}{P(HTA/O)\times P(O)+P(HTA/\overline{O})\times P(\overline{O})}$ =(0,6x0,1)/(0,6x0,1+0,2x0,9)=0,25.

QCM n°8 : **C, E**

Les données suivantes sont connues: P(DAV/Pa)=0,6 ; P(P)=0,15 et P($\overline{DAV}\cap\overline{P}$)=0,45.

A. Faux. RR= $\frac{P(DAV/P)}{P(DAV/\overline{P})}$. Or P(DAV/ $\overline{P}$)=1-P($\overline{DAV}/\overline{P}$) et $P(\overline{DAV}/\overline{P})=\frac{P(\overline{DAV}\cap\overline{P})}{P(\overline{P})}=\frac{0,45}{0,85}=0,529$

Ainsi : RR= $\frac{0,6}{1-(\frac{0,45}{0,85})}$ =1,275.

B. Faux. *Cf. item A.*

C. **Vrai**. *Cf. item A.*

D. Faux. *Cf. item A.*

E. **Vrai**. Le RR étant supérieur à 1, être en PACES est donc un facteur de risque dans la diminution de l'acuité visuelle.

QCM n°9 : **B, C**

A. Faux. P(M+)=(89+9)/310=0,32.

B. **Vrai**. P(T+/M+)=P(T+∩M)/P(M)=89/(89+9)=0,91.

C. **Vrai**. P(M+/T+)=89/(89+15)=0,86.

D. Faux. P(T-/M-)=197/(197+15)=0,93.

E. Faux.

QCM n°10 : **C**

A. Faux. Sensibilité=P(S/M)=87/87+35=0,71.

B. Faux. Spécificité=93/14+93=0,87.

C. **Vrai**. Ils ne dépendent pas de la prévalence.

D. Faux. Attention : La VPP est la probabilité d'être malade sachant qu'on a le signe.

E. Faux. C'est la spécificité, la sensibilité est la capacité du test à détecter les personnes atteintes de la maladie testée.

QCM n°11 : **B**

A. Faux. Pour une loi discrète, on parlera de distribution de probabilité.
B. **Vrai**.
C. Faux. X suit une loi de probabilité discrète, donc les valeurs possibles sont (0 ; 0,2 ; 0,6 ; 0,8 ; 2 ; 5) et, mis à part le premier cas (X=0) dont la probabilité est de 5/10, les autres évènements sont équiprobables : p_i=1/10. Donc la variance se calcule bien par $V(X)=\sum(x_i^2\ p_i)-\sum(x_i\ p_i)^2$, mais attention, c'est l'inverse dans la deuxième formule ! (<u>Remarque</u> : le jeu est favorable: pour une loi discrète, on a $E(X)=\sum x_i\, p_i$=0x0.5+0,1x(0,2+0,6+0,8+2+5)=0,86>0).
D. Faux. Chaque joueur doit effectuer 5 tirages. Nous sommes dans le cadre d'épreuves répétées (n=5) avec une v.a.r X suivant l'évènement« nombre de boules rouges tirées ». Le tirage étant sans remise, «p» reste inchangé et nous sommes dans le cas d'une loi Binomiale telle que X~B(5; p).
E. Faux. Ici, les conditions pour une approximation de la loi Binomiale par la loi de Poisson sont réunies, à savoir n>20 et p<0,5. Ainsi X~P(λ) avec λ=np=0,175.

QCM n°12 : **C, E**

A. Faux. On a X~B(22; 0,18), donc P(X≥2)=1-P(X<2)=1-((P(X=0)+P(X=1))=1-(0,0127+0,0613)=0,926.
B. Faux. Pour la forme tardive : P(X≥3)=1-[P(X=0)+P(X=1)+P(X=2)]=0,7846. Cependant, nous n'avons aucune information sur la forme précoce, nous ne pouvons donc pas calculer la probabilité demandée.
C. **Vrai**. On définit une nouvelle v.a.r X'~B(22; 0,76x0,18)$\Rightarrow$X'~B(22; 0,1368). On trouve donc : P(X=15)=6,7x10^{-9}.
D. Faux. Le nombre de malades est bien supérieur à 20 et pour X : p=0,18. Donc les conditions d'une approximation sont réunies, or l'approximation par la loi de Poisson se fait pour p<0,5 et non 0,05!
E. **Vrai**. Comme il l'est dit dans l'item précédent, on peut approximer par la loi de Poisson avec λ=np. On aura donc λ=22x0,18=3,96 . Ainsi P(X<2)= P(X=0)+P(X=1)= $e^{-3.96}+e^{-3.96}$x(3,96)=0,0945.

QCM n°13 : **C, E**

A. Faux. On considère ici comme succès le fait de manger seulement des vitamines ; donc on considère une v.a.r. X qui suit une loi binomiale de paramètres n=15 et p=$\frac{17}{50}$. Ainsi P(X=2)=0,0547.
B. Faux. <u>Attention</u>, ici n=15<20, donc l'approximation par la loi de Poisson est impossible.
C. **Vrai**. Ici Y' suit une loi binomiale de paramètre n=30 et p=$\frac{23}{50}$. On peut donc approximer cette loi par une loi de Poisson de paramètre λ=13,8 et ainsi calculer la probabilité : P(X≥3)=1-[P(X=0)+P(X=1)+P(X=2)]=0,9999.
D. Faux. D'après l'énoncé : X suit une loi binomiale de paramètres n=15 et p=$\frac{17}{50}$.

   Y suit une loi binomiale de paramètres n=15 et p=$\frac{23}{50}$.

   Et on considère Z suivant une loi binomiale de paramètres n=15 et p=$\frac{10}{50}$ avec Z l'évènement : "nombre de PACES ayant pris un actimel".
   Ainsi : P(Z=7)+P(X=3)+P(Y=5)=0,266.
E. **Vrai**. *Cf. item D.*

QCM n°14 : **C**

A. Faux. Ici, on considère une seule épreuve qui est « prendre une part de galette », ainsi n=1. Lorsque la troisième personne se sert, il reste 6 parts et deux fèves, d'où p=2/6=1/3. Donc X suit une loi de Bernoulli telle que X~Bernoulli(1 ;1/3).
B. Faux. *Cf. item A.*
C. **Vrai**. *Cf. item A.*
D. Faux. Le tirage a beau être simultané, les trois personnes ne peuvent pas tirer la même part, les tirages ne sont donc pas <u>indépendants</u>, la loi binomiale <u>ne s'applique donc pas</u> (les épreuves doivent être identiques et indépendantes!).
E. Faux. *Cf. item D.*

QCM n°15 : **C, E**

A. Faux. C'est pour la densité de probabilité, la fonction de répartition représentée par F(x) permet le calcul des probabilités car elle représente l'aire sous courbe. (<u>Remarque</u>: sa dérivée correspond à f(x)).
B. Faux. Elle est vérifiée pour une loi continue également.
C. **Vrai**. Pour une loi normale de paramètre μ et σ (μ≠0 et/ou σ≠1) : P(X≤k)=P(U≤ $\frac{k-\mu}{\sigma}$).
D. Faux. P(-u ≤U≤ u)=π(u)-π(-u)=π(u)-(1-π(u))=2π(u)-1.
E. **Vrai**. Indépendance entre les 10 élèves donc on peut trouver une variable aléatoire moyenne $\overline{X}$ qui suit une loi normale de paramètres μ=4 et σ= $\frac{\sqrt{20}}{\sqrt{10}}$.
Donc P(2 ≤ $\overline{X}$ ≤ 6)=P(-1,41≤U≤1,41)=2π(1,41)-1=2x0,9207-1=0,8414.

QCM n°16 : **A, C, E**

A. **Vrai**.
B. Faux. f(x)= 0,01e$^{-0,01x}$.
C. **Vrai**.
D. Faux. P(X≤180)= 1 - e$^{-0,01\times180}$ = 0,83.
E. **Vrai**. P(X≥60)=1-P(X≤60)=1-(1-e$^{-0,01\times60}$)=0,55.

QCM n°17 : **A**

A. **Vrai**. E(X)=75 min d'après l'énoncé, donc $\frac{30+b}{2}$ ⇔ b=120 min. Ainsi, l'intervalle où la variable aléatoire X est dite uniforme est [30 ; 120].
B. Faux. Var(X)= $\frac{(120-30)^2}{12}=675\,\text{min}^2$.
C. Faux. P(X≤60)= $\frac{60-30}{120-30}=\frac{1}{3}$.
D. Faux. P(70≤X≤90)= $\frac{90-30}{120-30}-\frac{70-30}{120-30}=\frac{2}{9}$.
E. Faux. *Cf. item D.*

QCM n°18 : A, E

A. **Vrai**.

B. Faux. P(X=80)=0 car nous sommes en présence d'une loi continue, donc la probabilité d'une valeur en particulier n'a pas de sens, d'où le fait qu'elle soit nulle.

C. Faux. P(X≤60)=0,102, par lecture inverse sur la table de la loi normale centrée réduite on trouve $\frac{60-\mu}{\sigma}=-1{,}27$.

P(X≥80)= 1-P(X≤80)=0,456, donc P(X≤80)=0,544, d'où par lecture inverse $\frac{80-\mu}{\sigma}=0{,}11$.

Ainsi, par résolution du système à deux équations, on trouve : $\mu=78{,}4059$ et $\sigma=14{,}4928$.

D. Faux. $\sigma^2 = 14{,}49^2$ kg².

E. **Vrai**. *Cf. item C.*

QCM n°19 : A, D

A. **Vrai**. L'énonce illustre un évènement répété plusieurs fois (n=1000) dont on veut observer le succès et l'échec où le succès ici c'est de répondre « oui » à la question posée avec une probabilité x=p. Cela répond bien à un modèle Binomiale.

B. Faux. Pour une distribution binomiale :

Ecart type, σ= $\sqrt{Var} = \sqrt{npq} = \sqrt{1000 \times x \times (1-x)} = 6{,}2$.

Et donc,

$\sqrt{1000 \times x \times (1-x)} = 6{,}2$

$1000 \times x \times (1-x) = 6{,}2^2$

(1000x)(1-x) = 38,44

1000x-1000x^2=38,44

1000x^2 – 1000x + 38,44 = 0

Pour une équation quadratique de style : $ax^2 + bx + c$

On utilise la Formule quadratique (formule du discriminant) :

$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$ où a=1000, b=-1000 et c=38,44

$x = \frac{--1000 \pm \sqrt{(-1000)^2 - 4x1000x38{,}44}}{2x1000}$

x = 0,95 ou x=0,04 et comme x< 0.5, $x = 0{,}04$.

C. Faux. Comme n≥30, np>5 et n(1-p)>5, on approxime par une loi normale en utilisant le Théorème Central Limite avec correction de continuité. Donc pour P(X=4) :

$$P(45-0{,}5 \le X \le 45+0{,}5) = P(44{,}5 \le X \le 45{,}5) \Rightarrow P(\frac{44{,}5-40}{6{,}2} \le U \le \frac{45{,}5-40}{6{,}2}) = P(0{,}725 \le X \le 0{,}887)$$

$$= \pi(0{,}887) - \pi(0{,}725) = 0{,}8133 - 0{,}7673 = 0{,}0433.$$

D. **Vrai.**

$$P(X > 50) = 1 - P(X \le 50) = 1 - P\left(X \le \frac{50+0.5-1000x0{,}04}{6{,}2}\right) = 1 - \Pi(1{,}6935) = 1 - 0.9545 = 0.0455$$

E. Faux. La loi Binomiale est mieux approchée par la loi de Poisson que par le Théorème Central Limite.

QCM n°20 : B, D, E

A. Faux. Elle suit bien une loi de Poisson mais X~P(λ=21).

B. **Vrai**. Variance=21; donc écart type=√21=4,6.

C. Faux. *Cf. item D.*

D. **Vrai**. $P(X \le 27) \Rightarrow P(U \le \frac{27+0{,}5-21}{6{,}2}) = 0{,}9222$ (ne pas oublier la <u>correction de continuité</u>).

E. **Vrai**. En effet, plus λ est grand, plus la courbe se rapproche d'une courbe de Gauss et donc d'une distribution normale. L'approximation par le Théorème Central Limite permet donc l'obtention d'une valeur plus proche de la valeur réelle.