# TUTORAT UE 4 2013-2014 – Biostatistiques
# CORRECTION Colle n°1 – Semaine du 14/10/2013

### *Mesures, probabilités, statistiques descriptives – Lois de probabilités*
### Dujols-Sabatier

<u>*QCM n°1 :*</u> **A, C, D**

A. **Vrai.** En effet, on précise que les deux échantillons sont obtenus par tirage au sort, évitant ainsi les biais de sélection.
B. Faux. Le mieux serait de faire en sorte que toutes les variables soient fixes, sauf la cause et l'effet.
C. **Vrai**. C'est la définition-même de l'aléa.
D. **Vrai**. Si le chercheur connaît l'allocation des traitements à ses patients, il pourrait perdre en objectivité.
E. Faux. Avant de pouvoir affirmer que l'un des médicaments est plus efficace que l'autre, il faut réaliser un test statistique ; mais également vérifier la causalité en effectuant d'autres études, en s'assurant de l'absence de biais, en utilisant des études à haut niveau de preuve, ...

<u>*QCM n°2 :*</u> **C**

A. Faux. Si A et B sont indépendants, alors P(AUB)=P(A)+P(B)-P(A∩B)=P(A)+P(B)-P(A)xP(B).
B. Faux. $C^5_{15}$=3003.
C. **Vrai**. Données de l'énoncé : P(Epreuves aux rattrapages)=0,8 ; P(Epreuves aux rattrapages∩$\overline{Cours}$)=0,6.
Or : P(R)=P(R∩C)+P(R∩$\overline{C}$)$\Rightarrow$P(C∩S)=0,8-0,6=0,2.
D. Faux. P(R/C)=$\frac{P(R\cap C)}{P(C)}=\frac{0,2}{0,3}=$[illegible].
E. Faux**.** La probabilité de tomber sur un nombre pair est de 0,5 pour un dé, les lancers de dès étant indépendants : P(3 chiffres pairs)=0,5x0,5x0,5=0,125.

<u>*QCM n°3 :*</u> **A, B, C**

A. **Vrai**. P(3 boules blanches)= $\frac{C_6^3}{C_{13}^3}=\frac{20}{286}=\frac{10}{143}$ (chaque boule a la même probabilité d'être tirée, on est donc dans une situation d'équiprobabilité ; on peut donc écrire les probabilités comme le ratio entre le nombre de cas favorables et le nombre de cas possibles).
B. **Vrai**. Puisqu'il y a remise dans l'urne après chaque tirage, les événements sont indépendants donc : P(1 jeton vert et 2 jetons bleus)=$\frac{3}{5}$x$\frac{2}{5}$x$\frac{2}{5}$=$\frac{12}{125}=\frac{96}{1000}$ (on peut utiliser un arbre de probabilités pour le justifier).
C. **Vrai**. P(gagner)= $\frac{A_1^1}{A_{10}^3}=\frac{1}{720}$.
D. Faux. C'est une permutation donc 8!.
E. Faux. Les différents lancers sont indépendants donc : P(PPF)=$\frac{1}{2}$x$\frac{1}{2}$x$\frac{1}{2}$=$\frac{1}{8}$.

## *QCM n°4 :* **A, C, E**

A. **Vrai**. P(B)=P(B∩A)+P(B∩$\bar{A}$) et donc P(B)=P(B/A)xP(A)+P(B/$\bar{A}$)xP($\bar{A}$).
B. Faux**.** Le Théorème de Bayes est en général utilisé pour des événements compatibles. Dans le cas des événements incompatibles, A et B ne peuvent coexister (P(B∩A)=0) et par conséquent la probabilité conditionnelle est nulle d'où l'inutilité du théorème de Bayes.
C. **Vrai**. P(A∩B∩A)=axbxa=$a^2$b avec A et B indépendants.
D. Faux. S'ils ne sont pas indépendants, P(A∩B)≠P(A)xP(B) $\Rightarrow$ P(A∩B)≠ab**.**
E. **Vrai**. S'ils sont indépendants, P(A/B)P(B)=P(A∩B)=P(A)xP(B)=ab.

## *QCM n°5 :* **F**

A. Faux. On applique le théorème de Bayes pour le calcul de la première probabilité : [illegible]. Puis on effectue le calcul de P(Rh) : P(Rh)=P(Pl)xP(Rh/Pl)+P(Mo)xP(Rh/Mo)=0,498.

B. Faux. *Cf. Item A.*
C. Faux. *Cf. Item A.*
D. Faux. *Cf. Item A.*
E. Faux. P(Pl/Rh)=0,205 et après calcul via le théorème de Bayes on trouve : P(Mo/Rh)=0,795. La probabilité qu'il soit allé à la montagne sachant qu'il a un rhume est donc supérieure.
F. **Vrai**.

## *QCM n°6 :* **A, B, C, D**

On commence par la traduction de l'énoncé : P(M)=0,05 ; P($\bar{F}$ /M)=0,2 et P(F)=0,1. On peut reporter ces données dans le tableau suivant et le compléter :

| | M | $\bar{M}$ | Totaux |
|---|---|---|---|
| F | 40 | 60 | 100 (10% x 1000) |
| $\bar{F}$ | 10 | 890 | 900 |
| Totaux | 50 | 950 | 1000 |

A. **Vrai**. P(F/M)=40/50=0,8 (F: fièvre; M: influenza) (si l'on n'a pas fait le tableau, on peut aussi résoudre l'exercice en appliquant les formules du cours, par exemple, pour cette question, on peut écrire P(F/M)=1-P($\bar{F}$ /M)=1-0,2=0,8).
B. **Vrai**. En effet, la probabilité d'avoir de la fièvre chez les malades est différente de celle chez les non malades. P(F/M)=0,8 ; P(F/$\bar{M}$ )=60/950=0,06.
C. **Vrai**. VPP=P(M/F)=40/100=0,4.
D. **Vrai**. P(F/$\bar{M}$ )=60/950=0,06.
E. Faux. *Cf. Item D.*

## *QCM n°7 :* **A**

A. **Vrai**. Un échantillon est un <u>ensemble</u> fini de sujets extrait d'une population.
B. Faux. m=(0x22+1x13+2x7+3x6+4x5+5x1+8x1)/55=78/55 $\approx$ 1,42.
C. Faux. $s_0^2$=[(0-(78/55))²x22+(1-(78/55))²x13+...+(8-(78/55))²x1)]/55=2,79.
D. Faux. $s_0$=1,67.
E. Faux. $S^2$=[(0-1,42)²x22+(1-1,42)²x13+...+(8-1,42)²x1)]/(55-1)=2,84 donc S=1,69.

*QCM n°8 :* **A, E**

A. **Vrai**.
B. Faux. $P(X=3) = C_7^3 x0,4378^3 x(1-0,4378)^4=0,2934$.
C. Faux. $P(X>2)=1-P(X\leq2)=1-[P(X=0)+P(X=1)+P(X=2)]=$
$1-[(1-0,4378)^0+C_7^1 x0,4378^1 x(1-0,4378)^6+C_7^2 x0,4378^2 x(1-0,4378)^5]=0,6594$.
D. Faux.$P(X<3)=P(X=0)+P(X=1)+P(X=2)=$
$(1-0,4378)^0+C_7^1 x0,4378^1 x(1-0,4378)^6+C_7^2 x0,4378^2 x(1-0,4378)^5=0,3406$.
<u>Autre méthode</u> : $P(X<3) = 1-P(X\leq3) = 1-P(X<2) = 1-0,6594 = 0,3406$
E. **Vrai.** $E(X)=np=7x0,4378=3,0646$.
$Var(X)=np(1-p)=7x0,4378x(1-0,4378)=1,7229$.

*QCM n°9 :* **C, E.**

A. Faux. La loi de Poisson est particulièrement adaptée pour les évènements rares.
B. Faux. *Cf. Item C.*
C. **Vrai**. Nous avons 34 cas sur 20 ans. La moyenne du nombre de cas par an est donc de : 34/20=1,70. Or le paramètre d'une loi de Poisson est égal à son espérance donc $\lambda=1,7$.
D. Faux. *Cf. Item E.*
E. **Vrai**. $P(X = 4) = \frac{e^{-1,70} * 1,70^4}{4!} = 0,06357.$

*QCM n°10 :* **B, E**

A. Faux. *Cf. Item B.*
B. **Vrai**. X suit une loi exponentielle de paramètre 0,1 car pour une loi exponentielle $E(X)=1/\theta=10$.
$P(X > 10) = 1 - P(X \leq 10) = 1 - F(10) = 1 - (1 - e^{-0,1*10}) = e^{-1} = 0,368.$
C. Faux. $P(X>10/X>8)=\frac{P(X>10 \cap X>8)}{P(X>8)}=P(X>10)/P(X>8)=(1-F(10))/(1-F(8))=e^{-1}/e^{-0,8}$
$=e^{-0,2}=0,82$, différent de zéro.
D. Faux $P(X>10/X>4)=P(X>10)/P(X>4)=(1-F(10))/(1-F(4))=e^{-0,6}$.
E. **Vrai.** *Cf. Item D.*

*QCM n°11 :* **A, B, E**

A. **Vrai**. On applique la formule et on teste la valeur.
$\pi(\frac{2,4-4,6}{2}) = \pi(-1,1) = 0,1357. \textit{Donc vrai.}$
B. **Vrai**. $P(X\geq2,4)=1- P(X<2,4)=1-0,1357=0,8643$.
C. Faux.
$P(1,5\leq X\leq4,3) = P(X\leq4,3) - P(X < 1,5) = \pi\left(\frac{4,3-3,2}{2}\right) - \pi\left(\frac{1,5-3,2}{2}\right) = \pi(0,55) - \pi(-0,85) = 0,708$
$0,1977 = 0,5111.$
D. Faux. $P(X=2,2)=0$, car la loi normale est une loi continue.
E. **Vrai**. [illegible] et [illegible], soit 0,66 dans les deux cas, à $10^{-2}$ près. De plus, on constate que les valeurs proposées présentent le même écart à la moyenne, d'où leurs probabilités identiques.

*QCM n°12 :* **B**

A. Faux. X suit une loi continue uniforme sur **[42 ; 54]**.
B. **Vrai**. $E(X)=\frac{42+54}{2}=48$
$Var(X)=\frac{(54-42)^2}{12}=12$ 48=4x12 donc E(X)=4Var(X).
C. Faux. *Cf. Item B.*
D. Faux**.** $P(47<X<53)=P(X<53)-P(X<47)=\frac{53-42}{54-42}-\frac{47-42}{54-42}=(11/12)-(5/12)=6/12=1/2$.
E. Faux. 63>54 donc $P(X<63)=1$.

## <u>*QCM n°13 :*</u> **B, C, E**

A. Faux.
B. **Vrai**. Il y a 50% des sujets qui sont au dessus de 144 et donc 50% en dessous ; 144 est donc la moyenne.
C. **Vrai**. On sait que P(D>185)=0,08 donc P(D≤185)=0,92. On sait que $\pi(\frac{185-144}{\sigma})$=1,41 par lecture inverse. Donc $\sigma=\frac{185-144}{1{,}41}$=29,08.
D. Faux. *Cf. item C.*
E. **Vrai**. P(X<65)=$\pi(\frac{65-144}{29{,}08})$=π(-2,72)=0,0033.

## <u>*QCM n°14 :*</u> **A, C**

A. **Vrai**
B. Faux. <u>Attention</u> : X suit une loi binomiale de paramètres n=75 et p=0,47. Elle peut être approximée par une loi normale mais ne suit pas une loi normale.
C. **Vrai**. P(X=75)= $C_{75}^{75} \times 0{,}47^{75} \times 0{,}53^{0} = 2{,}55 \times 10^{-25}$.
D. Faux. P(X>30) $\Rightarrow$ Par approximation : P(X>30,5) $\Rightarrow$ 1-P(U $\leq$ -1,1)=1-0,1357=0,8643.
E. Faux. L'approximation par la loi de Poisson permet la plus grande précision donc par approximation :
X suit une loi de Poisson de paramètre λ=35,25. Donc P(X=15)= $\frac{35{,}25^{15} \times e^{-35{,}25}}{15} = 6{,}054 \times 10^{-5}$.