

TUTORAT UE 4 2014-2015

CORRECTION - Concours blanc n°1

29 novembre 2014

QCM n°1 : A, C

A. **Vrai.** $P(1\text{pomme} \cap 1\text{orange} \cap 1\text{pamplemousse}) = \frac{C_4^1 \times C_7^1 \times C_2^1}{C_{13}^3} = \frac{28}{143} = 0,196 \approx 0,2.$

B. Faux. Cf. item A.

C. **Vrai.**

$$P(1\text{orange} \cap 2\text{autresfruits}) + P(2\text{oranges} \cap 1\text{autrefruit}) + P(3\text{oranges}) = \frac{C_4^1 \times C_9^2}{C_{13}^3} + \frac{C_4^2 \times C_9^1}{C_{13}^3} + \frac{C_4^3}{C_{13}^3} = 0,71.$$

D. Faux. Cf. item C.

E. Faux. Cf. item C.

QCM n°2 : C

A. Faux. Il n'y a aucune hypothèse dans l'énoncé, on utilisera donc un test non paramétrique de Mann Whitney.

B. Faux. On veut montrer une différence simple et non une supériorité ou infériorité : on travaillera donc en bilatéral.

C. **Vrai.**

D. Faux.

Valeurs	19	21	22	23	25	27	28	30	33	33	33	36
Rangs	1	2	3	4	5	6	7	8	10	10	10	12

$$S_{rg \text{ Italiennes}} = 32 \text{ donc } U_{\text{italiennes}} = 5 \times 7 + \frac{5 \times 6}{2} - 32 = 18, \text{ et } S_{rg \text{ mexicaines}} = 46, \text{ donc } U_{\text{mex}} = 5 \times 7 + \frac{7 \times 8}{2} - 46 = 17.$$

E. Faux. On regarde dans la table de Mann Whitney à $n_2 - n_1 = 2$ et $n_1 = 5$, on lit $U_{\alpha=5} = 5$ (à 5%) et $U_{\alpha=1} = 1$ (à 1%), ainsi on ne peut pas rejeter H_0 pour ces deux risques.

QCM n°3 : A, B, D, E

A. **Vrai.** Pour calculer l'intervalle de confiance d'une proportion, il faut pouvoir faire l'approximation d'une loi Binomiale par une loi Normale, ce qui est possible ici car $n > 30$, $np > 5$ et $n(1-p) > 5$.

B. **Vrai.**
$$\left[p_0 - c_{\alpha/2} \sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}; p_0 + c_{\alpha/2} \sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}} \right] = \left[\frac{37+8}{243} - 1,96 \times \sqrt{\frac{\frac{37+8}{243} \times \left(1 - \frac{37+8}{243}\right)}{243}}; \frac{37+8}{243} + 1,96 \times \sqrt{\frac{\frac{37+8}{243} \times \left(1 - \frac{37+8}{243}\right)}{243}} \right] = [0,1363; 0,2340].$$

C. **Faux.**
$$\left[\frac{37+8}{243} - 2,326 \times \sqrt{\frac{\frac{37+8}{243} \times \left(1 - \frac{37+8}{243}\right)}{243}}; \frac{37+8}{243} + 2,326 \times \sqrt{\frac{\frac{37+8}{243} \times \left(1 - \frac{37+8}{243}\right)}{243}} \right] = [0,1272; 0,2431].$$
 On multiplie cet intervalle par 243 pour avoir le nombre de P2 doublants : [31;59].

D. **Vrai.**
$$\left[\frac{8}{243} - 1,96 \times \sqrt{\frac{\frac{8}{243} \times \left(1 - \frac{8}{243}\right)}{243}}; \frac{8}{243} + 1,96 \times \sqrt{\frac{\frac{8}{243} \times \left(1 - \frac{8}{243}\right)}{243}} \right] = [0,0105; 0,0554]$$

E. **Vrai.** On multiplie l'intervalle précédent par 243 : [3;13].

QCM n°4 : A, C, E

A. **Vrai.** Ici, on compare la proportion de bijoux défectueux comptés par Diane ($p = \frac{6}{67}$) à celle donnée par la marque ($P = 0,12$).

B. **Faux.** On va utiliser un test de l'écart réduit. On vérifie d'abord les conditions : $nP > 5$ et $n(1-P) > 5$, avec $n = 134$ et $P = 0,12$.

C. **Vrai.** $t_{obs} = \frac{|p-P|}{\sqrt{\frac{P(1-P)}{n}}} = 1,085$. On lit t_{α} dans la table de l'écart réduit.

D. **Faux.** Au risque de 5%, $t_{\alpha} = 1,96 > t_{obs}$. Donc on ne rejette pas H_0 .

E. **Vrai.** Au risque de 10%, $t_{\alpha} = 1,645 > t_{obs}$. On ne rejette pas H_0 .

QCM n°5 : A, B, D

A. **Vrai.**

B. **Vrai.** On sait que :

- $P(X < 4,5) = 0,3409 \Leftrightarrow \pi\left(\frac{4,5 - \mu}{\sigma}\right) = 0,3409 \Leftrightarrow \frac{4,5 - \mu}{\sigma} = -0,41 \Leftrightarrow \sigma = \frac{4,5 - \mu}{-0,41}$ (Equation 1)

- $P(X > 3,73) = 0,8508 \Leftrightarrow P(X < 3,73) = 0,1492 \Leftrightarrow \pi\left(\frac{3,73 - \mu}{\sigma}\right) = 0,1492 \Leftrightarrow \left(\frac{3,73 - \mu}{\sigma}\right) = -1,04 \Leftrightarrow \sigma = \frac{3,73 - \mu}{-1,04}$ (Equation 2)

On résout le système formé par les équations 1 et 2 pour trouver $\sigma = 1,22$ et $\mu = 5,00$.

C. **Faux.** Cf. item B.

D. **Vrai.** Cf. item B.

E. **Faux.** Cf. item B.

QCM n°6 : A, B, C, E

A. **Vrai.** $p(P) \times p(D) = 0,315$ et $p(P \cap D) = 0,45 + 0,7 - 0,835 = 0,315$ donc $p(P \cap D) = p(P) \times p(D)$.

B. **Vrai.** $p(P \cap S) = p(P) + p(S) - p(P \cup S) = 0,45 + 0,001 - 0,451 = 0$.

C. **Vrai.** Les événements P et D étant indépendants (cf. item A), la réalisation de l'un ne dépend pas de la réalisation préalable ou non de l'autre.

D. **Faux.** $p(S \cap P) = 0$ donc $p(S \cap P \cap D) = 0$.

E. **Vrai.** $p(P \cap \bar{S}) = p(P)$ et $p(P \cap D) = 0,315$; $p(P \cap \bar{S}) = p(P)$ et $p(P \cap \bar{D}) = p(P) - p(P \cap D) = 0,45 - 0,315 = 0,135$.

QCM n°7 : B, D, E

- A. Faux. Sélection et confusion.
- B. **Vrai.** C'est son but principal.
- C. Faux. Les biais de classement.
- D. **Vrai.**
- E. **Vrai.**

QCM n°8 : A, B, C, E

- A. **Vrai.** Les données sont qualitatives et les échantillons ne sont pas appariés. De plus, tous les effectifs théoriques sont supérieurs à 5.
- B. **Vrai.** On calcule les effectifs théoriques (ici notés entre parenthèses) :

	0 à 2 repas	3 à 6 repas	Plus de 6 repas	Total
Français	28 $(\frac{200}{9})$	54 $(\frac{430}{9})$	18 (30)	100
Américains	12 $(\frac{160}{9})$	32 $(\frac{344}{9})$	36 (24)	80
Total	40	86	54	180

Exemple : pour calculer l'effectif théorique de Français mangeant 0 à 2 repas au fast-food par mois : $\frac{40 \times 100}{180} = \frac{200}{9}$.

$$t_{obs} = \sum \frac{Effectif\ observé - Effectif\ théorique)^2}{Effectif\ théorique} = \frac{(28 - \frac{200}{9})^2}{\frac{200}{9}} + \frac{(54 - \frac{430}{9})^2}{\frac{430}{9}} + \frac{(18 - 30)^2}{30} + \frac{(12 - \frac{160}{9})^2}{\frac{160}{9}} + \frac{(32 - \frac{344}{9})^2}{\frac{344}{9}} + \frac{(36 - 24)^2}{24} = 16.$$

- C. **Vrai.** Et on trouve $t_{\alpha} = 5,991$, pour $\alpha = 5\%$.
- D. Faux $t_{obs} > t_{\alpha}$ donc on peut rejeter H_0 , mais on ne peut jamais accepter une hypothèse, on peut juste rejeter/ne pas rejeter.
- E. **Vrai.** On cherche à encadrer t_{obs} à partir des valeurs lues dans la table du X^2 à deux degrés de liberté : $t_{obs} > t_{\alpha=0,001}$. Donc $0,001 > p\text{-value}$. Cela signifie que l'on pourra rejeter H_0 pour tout risque α supérieur ou égal à 0,001.

QCM n°9 : A, B, C, D

On appelle les événements M «être malade» et V «être vacciné». D'après l'énoncé, on a $P(M) = 115/500 = 0,23$; $P(M \cap V) = 0,02$; $P(V/\bar{M}) = 0,2$. On peut également réaliser un tableau, pour rendre le raisonnement plus aisé :

	Malade M	Non malade \bar{M}	
Vacciné V	10	77	87
Non vacciné \bar{V}	105	308	413
	115	385	500

- A. **Vrai.** $P(V/M) = \frac{P(V \cap M)}{P(M)} = \frac{0,02}{0,23} = 0,087$.
- B. **Vrai.** $P(V) = P(V \cap M) + P(V \cap \bar{M}) = 0,02 + P(V/\bar{M}) \times P(\bar{M}) = 0,02 + 0,2 \times 0,77 = 0,174$.
- C. **Vrai.** $P(M/V) = \frac{P(M \cap V)}{P(V)} = \frac{0,02}{0,174} = 0,115$.
- D. **Vrai.** $P(\bar{M}/\bar{V}) = P(\bar{V}/\bar{M}) \times P(\bar{M}) / P(\bar{V}) = \frac{P(\bar{V}/\bar{M}) \times P(\bar{M})}{1 - P(V)} = \frac{(1 - P(V/\bar{M})) \times P(\bar{M})}{1 - P(V)} = \frac{(1 - 0,2) \times 0,77}{0,826} = 0,746$.
- E. Faux. $P(\bar{V}/M) = 1 - P(V/M) = 1 - 0,087 = 0,913$.

QCM n°10 : B, E

- A. Faux. L'inverse est possible, sous certaines conditions.
B. **Vrai.** La moyenne étant égale à 40, la moitié des étudiants mettent moins de 40 minutes, et l'autre moitié met plus de 40 minutes, d'où $P(X < 40) = P(X > 40) = 0,5$.
C. Faux. Dans le cadre d'une loi continue, la probabilité d'une valeur discrète est nulle.
D. Faux. Cf. item E.
E. **Vrai.** $P(25 < X < 30) = P(X < 30) - P(X < 25) = \pi(-2) - \pi(-3) = 0,0228 - 0,00135 = 0,02145$.

QCM n°11 : C, D

- A. Faux. Nombre d'hommes malades = $3500 \times 0,6 \times 0,18 = 378$. Mais attention, prévalence = $\frac{\text{nombre d'hommes malades}}{\text{nombre total d'hommes}} = \frac{378}{3500 \times 0,6} = 0,18$.
B. Faux. Mortalité globale = $\frac{\text{nombre de décès en 2033}}{\text{population totale en 2033}} = \frac{18+4}{3500} = 0,63\%$.
C. **Vrai.** Nombre de décès par Adoratum Chocolum des femmes en 2041 = mortalité spécifique des femmes * nombre total de femmes = $\frac{0,286}{3500 \times 0,4} = 4$.
D. **Vrai.** Létalité = $\frac{\text{nombre de décès dus à la maladie en 2033}}{\text{nombre de malades en 2033}} = \frac{4}{3500 \times 0,4 \times 0,32 + 3500 \times 0,6 \times 0,18} = 4,8 \cdot 10^{-3}$.
E. Faux. Pour dire que l'incidence est constante, il faudrait que la prévalence soit constante, mais également que la mortalité soit identique sur tous les Δt considérés, ce qui n'est pas le cas ici.

QCM n°12 : E

- A. Faux. X suit bien une loi Binomiale, mais de paramètres $n=150$ et $p=0,6$ car on s'intéresse au nombre de P2 satisfaits par le WEB (donc $p = \frac{90}{150}$).
B. Faux. On ne peut pas approximer par une loi de Poisson car $p > 0,5$.
C. Faux. On peut réaliser une approximation par la loi Normale car $n > 30$, $np > 5$ et $nq > 5$.
Les paramètres sont donc :
 $\mu = np = 150 \times 0,6 = 90$.
 $\sigma = \sqrt{150 \times 0,6 \times 0,4} = 6$ (c'est la variance qui est égale à 36).
D. Faux. $P(X > 100) = P(X > 100,5)$!!! Attention à la correction de continuité !!!
 $= 1 - P(X \leq 100,5) = 1 - \pi\left(\frac{100,5 - 90}{6}\right)$
 $= 1 - \pi(1,75)$
 $= 1 - 0,9599$
 $= 0,0401$.
E. **Vrai.** Ici, on est dans une approximation de la loi Binomiale par la loi Normale. Donc on peut calculer $P(X=100)$ en faisant la correction de continuité !
 $P(X=100) = P(99,5 \leq X \leq 100,5)$!
 $= \pi\left(\frac{100,5 - 90}{6}\right) - \pi\left(\frac{99,5 - 90}{6}\right)$
 $= 0,9599 - 0,9430$
 $= 0,0169$.

QCM n°13 : B, D

A. Faux. L'énoncé me donne $Se = P(S+/M+) = 98\% = a/50$. Je peux donc en tirer $a = 0,98 \times 50 = 49$. Je peux également calculer $d = Sp \times 50$ puisque $Sp = P(S-/M-) = 90\%$. On obtient $d = 45$. Puis on complète le reste du tableau en réalisant de simples soustractions. On a donc :

	Malade	Non malade
Positif	49	5
Négatif	1	45

B. **Vrai.** Cf. item A.

C. Faux. Cf. item A.

D. **Vrai.** L'énoncé me donne $p = 0,6$ (en effet 40 personnes ne sont PAS malades). On va, pour calculer VPP et VPN, utiliser la spécificité (0,90) et la sensibilité (0,98) du test, qui ne varient pas !

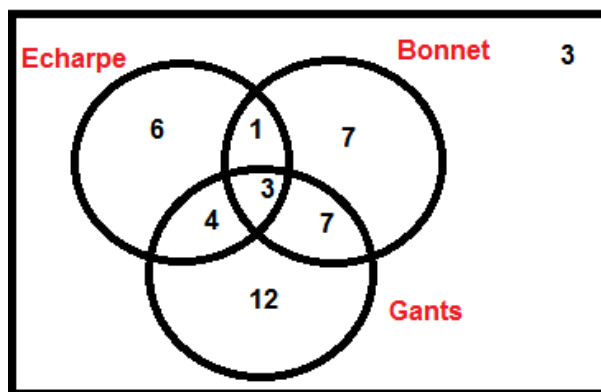
$$VPP = \frac{Se \times p}{Se \times p + (1 - Sp) \times (1 - p)}$$

$$VPN = \frac{Sp \times (1 - p)}{Sp \times (1 - p) + (1 - Se) \times p}$$

On a donc $VPP = 0,936$ et $VPN = 0,968$.

E. Faux. Cf. item D.

QCM n°14 : B



A. Faux. $\frac{3}{43}$, ne pas oublier les trois étudiants en PACES qui ne portent aucun des 3.

B. **Vrai.**

C. Faux. $P(E \cap B) = \frac{4}{43}$ est différent de $P(E) \times P(B) = \frac{18}{43} \times \frac{14}{43}$.

D. Faux. Il y en a 10 qui portent des gants et un bonnet ; parmi eux, 3 portent également une écharpe. $3/10 = 0,3$.

E. Faux. $P(B) = \frac{18}{43}$, $P(E) = \frac{14}{43}$ donc $P(B) \neq 1 - P(E)$.

QCM n°15 : A, C

A. **Vrai.**

B. Faux. Mann-Whitney s'utilise pour des données non appariées, et le X^2 est un test paramétrique pour des données qualitatives.

C. **Vrai.**

D. Faux. Les tests non paramétriques s'effectuent sans hypothèse sur les lois suivies.

E. Faux. On mettrait en évidence un lien statistique mais pas un lien causal car il faut un faisceau d'arguments.

QCM n°16 : A

A. **Vrai.**

B. Faux. Elle n'est pas descriptive (vrai pour une enquête de prévalence).

C. Faux. $OR = \frac{p(F|M)/(1-p(F|M))}{p(F|\bar{M})/(1-p(F|\bar{M}))} = \frac{(75/85)/(1-75/85)}{(25/115)/(1-25/115)} = 27.$

D. Faux. Dans une enquête cas-témoins, on ne peut pas calculer le risque relatif. En effet, les groupes sont choisis en fonction de leur maladie ou de leur non-maladie.

E. Faux. On compte 85 patients asthmatiques, sur les 200 que l'on considère. La prévalence de la maladie étant supérieure à 1%, on ne peut pas la considérer comme rare.