

TUTORAT UE 4 2014-2015 – Biostatistiques

CORRECTION Séance n°4 – Semaine du 20/10/2014

Loi de probabilités – Tests statistiques

M. Sabatier – M. Molinari

QCM n°1 : C, E

- A. Faux. Lorsque $n > 30$, on peut considérer s^2 et S^2 comme étant égaux. Ainsi, $S^2 = 3,64^2 = 13,2496$.
- B. Faux. $n > 30$ donc le TCL s'applique.
- C. **Vrai.** $m + c_\alpha \frac{S}{\sqrt{n}}$ avec $c_\alpha = 1,96$.
- D. Faux.
- E. **Vrai.** Avec $c_\alpha = 1,645$.

QCM n°2 : A, B, C, D

- A. **Vrai.**
- B. **Vrai.** Car $p = \frac{9}{32} = 0,2813$, np et nq sont supérieurs à 5 et $n > 30$.
- C. **Vrai.**

$$\left[p_0 - c \sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}, p_0 + c \sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}} \right] = \left[\frac{9}{32} - 1,645 \sqrt{\frac{\frac{9}{32} \times (1 - \frac{9}{32})}{32}}, \frac{9}{32} + 1,645 \sqrt{\frac{\frac{9}{32} \times (1 - \frac{9}{32})}{32}} \right] =$$

$$[0,15; 0,41].$$

- D. **Vrai.** $\left[p_0 - c \sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}, p_0 + c \sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}} \right] = \left[\frac{9}{32} - 1,96 \sqrt{\frac{\frac{9}{32} \times (1 - \frac{9}{32})}{32}}, \frac{9}{32} + 1,96 \sqrt{\frac{\frac{9}{32} \times (1 - \frac{9}{32})}{32}} \right] =$

$$[0,125; 0,437]. \text{ On multiplie par le nombre de P2 donc on obtient } [4,01; 13,99].$$

- E. Faux. Comme vu en cours, on aurait pu utiliser directement la loi binomiale sans passer par l'approximation normale.

QCM n°3 : A, E

- A. **Vrai.** $n < 30$ donc $\left[m - t \frac{S}{\sqrt{n}}; m + t \frac{S}{\sqrt{n}} \right]$ avec $m = 7$; $t = 2,201$; $S = \sqrt{\frac{12}{11} \times 1}$; $n = 12$. Donc $[6,3364; 7,6636]$.
- B. Faux. Cf. item A.
- C. Faux. $c = 1,96$; $m = 6,5$ et $\sigma = 0,7$ donc $[6,2681; 6,7319]$.
- D. Faux. Cf. item C.
- E. **Vrai.** $c = 2,326$.

QCM n°4 : B, D

- A. Faux. A partir des données d'un échantillon, on rejette ou non une hypothèse statistique faite sur une population.
- B. **Vrai.**
- C. Faux. On n'accepte jamais une hypothèse, on la rejette ou non.
- D. **Vrai.** C'est le risque de première espèce.
- E. Faux. Il faut comparer la statistique observée (t_{obs}) avec un quantile de loi à α (t_α) et non à α directement.

QCM n°5 : B, D, E

- A. Faux. Comparaison d'une moyenne théorique à une moyenne de référence avec $n > 30$. On utilise le test de l'écart réduit.
- B. **Vrai.** $H_0 : \mu = \mu_0$ et $H_1 : \mu \neq \mu_0$ (test bilatéral).
- C. Faux. $t_{\text{obs}} = \frac{|m - \mu_0|}{\frac{S}{\sqrt{n}}} = \frac{|147 - 155|}{\frac{5}{\sqrt{150}}} = 19,60$.
- D. **Vrai.** $t_\alpha = 1,96$, lu dans la table de l'écart réduit au risque $\alpha = 5\%$.
- E. **Vrai.** $t_{\text{obs}} > t_\alpha$, on rejette H_0 à 5%. L'âge moyen du collège étudié est significativement différent de l'âge moyen des collégiens français.

QCM n°6 : A, E

- A. **Vrai.** $n < 30$ et la distribution est normale.
- B. Faux. $\mu \neq \mu_0$.
- C. Faux. $t_{\text{obs}} = \frac{|m - \mu_0|}{\frac{S}{\sqrt{n}}} = \frac{|11 - 12|}{\frac{2,0702}{\sqrt{15}}} = 1,8708$ avec $S = \sqrt{(15/14) \cdot s^2}$.
- D. Faux. Cf. item E.
- E. **Vrai.** t_α lu dans la table de Student à $n-1$ ddl, et $\alpha = 5\%$. $t_\alpha = 2,145 > t_{\text{obs}}$, on ne rejette pas H_0 .

QCM n°7 : B, E

- A. Faux. L'hypothèse H_0 porte TOUJOURS sur une population ($\mu_1 = \mu_2$).
- B. **Vrai.**
- C. Faux. On lit bien sur une table de Student mais à $n_1 + n_2 - 2$ ddl.
- D. Faux. On commence par calculer $S^2 = \frac{(n_1 - 1) \times S_1^2 + (n_2 - 1) \times S_2^2}{n_1 + n_2 - 2} = \frac{17 \times 2,5^2 + 17 \times 2,5^2}{18 + 18 - 2} = 6,25$.

$$t_{\text{obs}} = \frac{|m_1 - m_2|}{\sqrt{\frac{s^2}{n_1} + \frac{s^2}{n_2}}} = \frac{|4,35 - 6,38|}{\sqrt{\frac{6,25}{18} + \frac{6,25}{18}}} = 2,436$$

- E. **Vrai.** On ne peut pas lire dans la table de STUDENT, le ddl=34 est trop grand. On lit donc dans la table de l'écart-réduit.
 $t_\alpha = 1,96 < 2,436$.
On rejette l'hypothèse H_0 à 5%.

QCM n°8 : F

- A. Faux. Test de Student pour données appariées : $10-1=9$ ddl.
- B. Faux. On fait la différence de poids avant-après : $4+4+7+1+4+1-2-4+7-3=19,1$ Moyenne : $19,10/10=1,90$. La moyenne estimée est obtenue en divisant par n et non $(n-1)$. C'est uniquement pour la variance que l'on a une ambiguïté.
- C. Faux. Variance = $\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \times \frac{1}{n-1} = 15,6556$. Ecart-type = $\sqrt{15,6556} = 3,9567$.
- D. Faux. $t_{\text{obs}} = \frac{1,9}{\frac{3,9567}{\sqrt{10}}} = 1,5185$.
- E. Faux. $t_{\text{obs}}=1,5185$ et $t_{\alpha} = 2,262$, $t_{\text{obs}} < t_{\alpha}$ donc on ne rejette pas H_0 .
- F. **Vrai.**

QCM n°9 : A, B, C, E

- A. **Vrai.**
- B. **Vrai.**
- C. **Vrai.** Car ce sont les mêmes patients.
- D. Faux.
- E. **Vrai.**

QCM n°10 : B, E

- A. Faux. H_0 = La mise sur le marché ne modifie pas le pourcentage d'enfants indemnes de caries dentaires.
- B. **Vrai.** On prend un a priori, on fait un test en unilatéral.
- C. Faux. Avant de réaliser un test de l'écart-réduit, il faut vérifier certaines conditions :
- $n_1 \geq 30$ et $n_2 \geq 30$
 - $n_1 p \geq 5$
 - $n_2 p \geq 5$
 - $n_1 q \geq 5$
 - $n_2 q \geq 5$
 - $p = \frac{p_1 n_1 + p_2 n_2}{n_1 + n_2} = \frac{0,056 \cdot 12000 + 0,178 \cdot 9000}{12000 + 9000} = \frac{379}{3500}$

Ici, toutes les conditions sont réunies.

Ensuite, on calcul $t_{\text{obs}} = \frac{|p_1 - p_2|}{\sqrt{p(1-p) \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)}} = \frac{|0,056 - 0,178|}{\sqrt{\frac{379}{3500} \cdot \left(1 - \frac{379}{3500} \right) \cdot \left(\frac{1}{12000} + \frac{1}{9000} \right)}} = 28,156$.

- D. Faux. Cf. item C.
- E. **Vrai.** $t_{\alpha} = 1,645$, $t_{\alpha} < t_{\text{obs}}$ donc on rejette H_0 à 5%. Attention, on ne peut pas pour autant en conclure que cette amélioration est due à la mise sur le marché du sel fluoré.

QCM n°11 : A, B, E

- A. **Vrai.** Car on compare 2 pourcentages sur des échantillons indépendants.
B. **Vrai.** On cherche à comparer la proportion d'insomniaque chez les grands travailleurs PACES et la proportion d'insomniaques chez les autres personnes.
C. **Faux.** On calcule les effectifs théoriques :

	Insomniaque	Non insomniaque
Réviser 12h par jour	$\frac{63 \times 92}{100} = 57,96$	$\frac{37 \times 92}{100} = 34,04$
Ne pas réviser 12h par jour	$\frac{63 \times 8}{100} = 5,04$	$\frac{37 \times 8}{100} = 2,96$

Une des valeurs théoriques est inférieure à 5, on ne peut pas faire un test du X^2 .

- D. **Faux.** Proportion globale d'insomniaque : $p = \frac{60 + 3}{100} = 0,63$
On calcule ensuite : $n_{RP} = 92 \times 0,63 = 57,96$; $n_{NRP} = 8 \times 0,63 = 5,04$; $n_R(1-p) = 92 \times 0,37 = 34,04$; $n_{NR}(1-p) = 2,96$. On a une valeur inférieure à 5 : on ne peut pas utiliser le test de l'écart-réduit.
E. **Vrai.** Les conditions du test du χ^2 et de l'écart-réduit ne sont pas remplies. On peut alors utiliser le test exact de Fischer.

QCM n°12 : A, B, C, D

- A. **Vrai.** C'est ce que l'on cherche à réfuter.
B. **Vrai.** Il n'y a pas d'indication quant au sens du test.
C. **Vrai.** $t_{obs} = \frac{(45 - 49)^2}{49} + \frac{(67 - 76)^2}{76} + \frac{(28 - 19)^2}{19} + \frac{(8 - 11)^2}{11} = 6,4737$.
D. **Vrai.** On lit $t_{\alpha} = 6,251$ dans la table du chi-deux à $r-1=3$ ddl. $t_{\alpha} < t_{obs}$ donc on rejette H_0 .
E. **Faux.** On lit $t_{\alpha} = 7,815$ dans la table du chi-deux à $r-1=3$ ddl. $t_{\alpha} > t_{obs}$ donc on ne rejette pas H_0 .

QCM n°13 : C

- A. **Faux.** Il faut que les effectifs théoriques soient tous supérieurs à 5.
B. **Faux.** On utilise le χ^2 de Mac Nemar pour des échantillons appariés.
C. **Vrai.** On calcule les effectifs théoriques d'abord :

$\frac{34 \times 127}{200} = 21,59$	$\frac{166 \times 127}{200} = 105,41$
$\frac{34 \times 73}{200} = 12,41$	$\frac{166 \times 73}{200} = 60,59$

$$\chi^2_{obs} = \sum \frac{(O_{ij} - E_{ij})^2}{E_{ij}} = \frac{(18 - 21,59)^2}{21,59} + \frac{(109 - 105,41)^2}{105,41} + \frac{(16 - 12,41)^2}{12,41} + \frac{(57 - 60,59)^2}{60,59} = 1,97$$

- D. **Faux.** On lit à $(R-1) \times (k-1) = 1$ ddl.
E. **Faux.** $\chi^2_{\alpha} = 3,841$. $\chi^2_{obs} < \chi^2_{\alpha}$ On ne rejette pas H_0 .