

# TUTORAT UE 4 2014-2015 – Biostatistiques

## CORRECTION Séance n°4 – Semaine du 20/10/2014

### Loi de probabilités – Tests statistiques

M. Sabatier – M. Molinari

#### QCM n°1 : C, E

- A. Faux. Lorsque  $n > 30$ , on peut considérer  $s^2$  et  $S^2$  comme étant égaux. Ainsi,  $S^2 = 3,64^2 = 13,2496$ .
- B. Faux.  $n > 30$  donc le TCL s'applique.
- C. **Vrai.**  $m + c_\alpha \frac{S}{\sqrt{n}}$  avec  $c_\alpha = 1,96$ .
- D. Faux.
- E. **Vrai.** Avec  $c_\alpha = 1,645$ .

#### QCM n°2 : A, B, C, D

- A. **Vrai.**
- B. **Vrai.** Car  $p = \frac{9}{32} = 0,2813$ ,  $np$  et  $nq$  sont supérieurs à 5 et  $n > 30$ .
- C. **Vrai.**

$$\left[ p_0 - c \sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}, p_0 + c \sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}} \right] = \left[ \frac{9}{32} - 1,645 \sqrt{\frac{\frac{9}{32} \times (1 - \frac{9}{32})}{32}}, \frac{9}{32} + 1,645 \sqrt{\frac{\frac{9}{32} \times (1 - \frac{9}{32})}{32}} \right] =$$

$$[0,15; 0,41].$$

D. **Vrai.**

$$\left[ p_0 - c \sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}, p_0 + c \sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}} \right] = \left[ \frac{9}{32} - 1,96 \sqrt{\frac{\frac{9}{32} \times (1 - \frac{9}{32})}{32}}, \frac{9}{32} + 1,96 \sqrt{\frac{\frac{9}{32} \times (1 - \frac{9}{32})}{32}} \right] =$$

$$[0,125; 0,437]. \text{ On multiplie par le nombre de P2 donc on obtient } [4,01; 13,99].$$

- E. Faux. Comme vu en cours, on aurait pu utiliser directement la loi binomiale sans passer par l'approximation normale.

#### QCM n°3 : A, E

- A. **Vrai.**  $n < 30$  donc  $\left[ m - t \frac{S}{\sqrt{n}}; m + t \frac{S}{\sqrt{n}} \right]$  avec  $m = 7$ ;  $t = 2,201$ ;  $S = \sqrt{\frac{12}{11} \times 1}$ ;  $n = 12$ . Donc  $[6,3364; 7,6636]$ .
- B. Faux. Cf. item A.
- C. Faux.  $c = 1,96$ ;  $m = 6,5$  et  $\sigma = 0,7$  donc  $[6,2681; 6,7319]$ .
- D. Faux. Cf. item C.
- E. **Vrai.**  $c = 2,326$ .

### QCM n°4 : B, D

- A. Faux. A partir des données d'un échantillon, on rejette ou non une hypothèse statistique faite sur une population.
- B. **Vrai.**
- C. Faux. On n'accepte jamais une hypothèse, on la rejette ou non.
- D. **Vrai.** C'est le risque de première espèce.
- E. Faux. Il faut comparer la statistique observée ( $t_{\text{obs}}$ ) avec un quantile de loi à  $\alpha$  ( $t_\alpha$ ) et non à  $\alpha$  directement.

### QCM n°5 : B, D, E

- A. Faux. Comparaison d'une moyenne théorique à une moyenne de référence avec  $n > 30$ . On utilise le test de l'écart réduit.
- B. **Vrai.**  $H_0 : \mu = \mu_0$  et  $H_1 : \mu \neq \mu_0$  (test bilatéral).
- C. Faux.  $t_{\text{obs}} = \frac{|m - \mu_0|}{\frac{S}{\sqrt{n}}} = \frac{|147 - 155|}{\frac{5}{\sqrt{150}}} = 19,60$ .
- D. **Vrai.**  $t_\alpha = 1,96$ , lu dans la table de l'écart réduit au risque  $\alpha = 5\%$ .
- E. **Vrai.**  $t_{\text{obs}} > t_\alpha$ , on rejette  $H_0$  à 5%. L'âge moyen du collège étudié est significativement différent de l'âge moyen des collégiens français.

### QCM n°6 : A, E

- A. **Vrai.**  $n < 30$  et la distribution est normale.
- B. Faux.  $\mu \neq \mu_0$ .
- C. Faux.  $t_{\text{obs}} = \frac{|m - \mu_0|}{\frac{S}{\sqrt{n}}} = \frac{|11 - 12|}{\frac{2,0702}{\sqrt{15}}} = 1,8708$  avec  $S = \sqrt{(15/14) \cdot s^2}$ .
- D. Faux. Cf. item E.
- E. **Vrai.**  $t_\alpha$  lu dans la table de Student à  $n-1$  ddl, et  $\alpha = 5\%$ .  $t_\alpha = 2,145 > t_{\text{obs}}$ , on ne rejette pas  $H_0$ .

### QCM n°7 : B, E

- A. Faux. L'hypothèse  $H_0$  porte TOUJOURS sur une population ( $\mu_1 = \mu_2$ ).
- B. **Vrai.**
- C. Faux. On lit bien sur une table de Student mais à  $n_1 + n_2 - 2$  ddl.
- D. Faux. On commence par calculer  $S^2 = \frac{(n_1 - 1) \times S_1^2 + (n_2 - 1) \times S_2^2}{n_1 + n_2 - 2} = \frac{17 \times 2,5^2 + 17 \times 2,5^2}{18 + 18 - 2} = 6,25$ .

$$t_{\text{obs}} = \frac{|m_1 - m_2|}{\sqrt{\frac{s^2}{n_1} + \frac{s^2}{n_2}}} = \frac{|4,35 - 6,38|}{\sqrt{\frac{6,25}{18} + \frac{6,25}{18}}} = 2,436$$

- E. **Vrai.** On ne peut pas lire dans la table de STUDENT, le ddl=34 est trop grand. On lit donc dans la table de l'écart-réduit.  
 $t_\alpha = 1,96 < 2,436$ .  
On rejette l'hypothèse  $H_0$  à 5%.

### QCM n°8 : F

- A. Faux. Test de Student pour données appariées :  $10-1=9$  ddl.
- B. Faux. On fait la différence de poids avant-après :  $4+4+7+1+4+1-2-4+7-3=19,1$  Moyenne :  $19,10/10=1,90$ . La moyenne estimée est obtenue en divisant par  $n$  et non  $(n-1)$ . C'est uniquement pour la variance que l'on a une ambiguïté.
- C. Faux. Variance =  $\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \times \frac{1}{n-1} = 15,6556$ . Ecart-type =  $\sqrt{15,6556} = 3,9567$ .
- D. Faux.  $t_{\text{obs}} = \frac{1,9}{\frac{3,9567}{\sqrt{10}}} = 1,5185$ .
- E. Faux.  $t_{\text{obs}}=1,5185$  et  $t_{\alpha} = 2,262$ ,  $t_{\text{obs}} < t_{\alpha}$  donc on ne rejette pas  $H_0$ .
- F. **Vrai.**

### QCM n°9 : A, B, C, E

- A. **Vrai.**
- B. **Vrai.**
- C. **Vrai.** Car ce sont les mêmes patients.
- D. Faux.
- E. **Vrai.**

### QCM n°10 : B, E

- A. Faux.  $H_0$  = La mise sur le marché ne modifie pas le pourcentage d'enfants indemnes de caries dentaires.
- B. **Vrai.** On prend un a priori, on fait un test en unilatéral.
- C. Faux. Avant de réaliser un test de l'écart-réduit, il faut vérifier certaines conditions :
- $n_1 \geq 30$  et  $n_2 \geq 30$
  - $n_1 p \geq 5$
  - $n_2 p \geq 5$
  - $n_1 q \geq 5$
  - $n_2 q \geq 5$
  - $p = \frac{p_1 n_1 + p_2 n_2}{n_1 + n_2} = \frac{0,056 \cdot 12000 + 0,178 \cdot 9000}{12000 + 9000} = \frac{379}{3500}$

Ici, toutes les conditions sont réunies.

Ensuite, on calcul  $t_{\text{obs}} = \frac{|p_1 - p_2|}{\sqrt{p(1-p) \left( \frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)}} = \frac{|0,056 - 0,178|}{\sqrt{\frac{379}{3500} \cdot \left( 1 - \frac{379}{3500} \right) \cdot \left( \frac{1}{12000} + \frac{1}{9000} \right)}} = 28,156$ .

- D. Faux. Cf. item C.
- E. **Vrai.**  $t_{\alpha} = 1,645$ ,  $t_{\alpha} < t_{\text{obs}}$  donc on rejette  $H_0$  à 5%. Attention, on ne peut pas pour autant en conclure que cette amélioration est due à la mise sur le marché du sel fluoré.

### QCM n°11 : A, B, E

- A. **Vrai.** Car on compare 2 pourcentages sur des échantillons indépendants.  
B. **Vrai.** On cherche à comparer la proportion d'insomniaque chez les grands travailleurs PACES et la proportion d'insomniaques chez les autres personnes.  
C. **Faux.** On calcule les effectifs théoriques :

	Insomniaque	Non insomniaque
Réviser 12h par jour	$\frac{63 \times 92}{100} = 57,96$	$\frac{37 \times 92}{100} = 34,04$
Ne pas réviser 12h par jour	$\frac{63 \times 8}{100} = 5,04$	$\frac{37 \times 8}{100} = 2,96$

Une des valeurs théoriques est inférieure à 5, on ne peut pas faire un test du  $X^2$ .

- D. **Faux.** Proportion globale d'insomniaque :  $p = \frac{60 + 3}{100} = 0,63$   
On calcule ensuite :  $n_{RP} = 92 \times 0,63 = 57,96$  ;  $n_{NRP} = 8 \times 0,63 = 5,04$  ;  $n_R(1-p) = 92 \times 0,37 = 34,04$  ;  $n_{NR}(1-p) = 2,96$ . On a une valeur inférieure à 5 : on ne peut pas utiliser le test de l'écart-réduit.  
E. **Vrai.** Les conditions du test du  $\chi^2$  et de l'écart-réduit ne sont pas remplies. On peut alors utiliser le test exact de Fischer.

### QCM n°12 : A, B, C, D

- A. **Vrai.** C'est ce que l'on cherche à réfuter.  
B. **Vrai.** Il n'y a pas d'indication quant au sens du test.  
C. **Vrai.**  $t_{obs} = \frac{(45 - 49)^2}{49} + \frac{(67 - 76)^2}{76} + \frac{(28 - 19)^2}{19} + \frac{(8 - 11)^2}{11} = 6,4737$ .  
D. **Vrai.** On lit  $t_{\alpha} = 6,251$  dans la table du chi-deux à  $r-1=3$ ddl.  $t_{\alpha} < t_{obs}$  donc on rejette  $H_0$ .  
E. **Faux.** On lit  $t_{\alpha} = 7,815$  dans la table du chi-deux à  $r-1=3$ ddl.  $t_{\alpha} > t_{obs}$  donc on ne rejette pas  $H_0$ .

### QCM n°13 : C

- A. **Faux.** Il faut que les effectifs théoriques soient tous supérieurs à 5.  
B. **Faux.** On utilise le  $\chi^2$  de Mac Nemar pour des échantillons appariés.  
C. **Vrai.** On calcule les effectifs théoriques d'abord :

$\frac{34 \times 127}{200} = 21,59$	$\frac{166 \times 127}{200} = 105,41$
$\frac{34 \times 73}{200} = 12,41$	$\frac{166 \times 73}{200} = 60,59$

$$\chi^2_{obs} = \sum \frac{(O_{ij} - E_{ij})^2}{E_{ij}} = \frac{(18 - 21,59)^2}{21,59} + \frac{(109 - 105,41)^2}{105,41} + \frac{(16 - 12,41)^2}{12,41} + \frac{(57 - 60,59)^2}{60,59} = 1,97$$

- D. **Faux.** On lit à  $(R-1) \times (k-1) = 1$  ddl.  
E. **Faux.**  $\chi^2_{\alpha} = 3,841$ .  $\chi^2_{obs} < \chi^2_{\alpha}$  On ne rejette pas  $H_0$ .