

# TUTORAT UE 4 2014-2015 – Biostatistiques

## CORRECTION Séance n°8 – Semaine du 01/12/2014

### Correction d'annales 2012-1013

#### QCM n°1 : A, B, C

A. **Vrai.**  $P(A \cap \bar{B}) = P(\bar{B}/A) \times P(A)$   
 $= (1 - P(B/A)) \times P(A)$   
 $= (1 - \frac{P(B \cap A)}{P(A)}) \times P(A)$   
 $= (1 - \frac{0,3}{0,4}) \times 0,4$   
 $= 0,1$

B. **Vrai.**  $P(B \cap \bar{A}) = P(\bar{A}/B) \times P(B)$   
 $= (1 - P(A/B)) \times P(B)$   
 $= (1 - \frac{P(B \cap A)}{P(B)}) \times P(B)$   
 $= (1 - \frac{0,3}{0,8}) \times 0,8$   
 $= 0,5$

C. **Vrai.**  $P(\bar{A} \cap \bar{B}) = P(\bar{A}) + P(\bar{B}) - P(\bar{A} \cup \bar{B})$   
 $= P(A) + P(B) - P(A \cap B)$   
 $= 0,6 + 0,2 - 0,3$   
 $= 0,5$

D. **Faux.**  $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$   
 $= 0,4 + 0,8 - 0,3$   
 $= 0,9$

E. **Faux.** Cf. item D.

#### QCM n°2 : A, E

- A. **Vrai.** On cherche toujours à rejeter l'hypothèse  $H_0$  faite sur la population.  
 B. **Faux.** L'hypothèse alternative est  $H_1$ .  
 C. **Faux.** La puissance du test est  $1 - \beta$ . La p-value correspond au risque exact  $\alpha$ .  
 D. **Faux.** Le risque de première espèce est  $\alpha$ , c'est  $1 - \beta$  qui définit la puissance.  
 E. **Vrai.**

#### QCM n°3 : B, D

- A. **Faux.** Le NSN sera d'autant plus élevé que le risque de première espèce sera bas.  
 B. **Vrai.**  
 C. **Faux.** Le NSN sera d'autant plus élevé que la différence attendue sur le critère de jugement principal sera faible.  
 D. **Vrai.**  
 E. **Faux.** Son calcul ne permettra pas d'éviter des biais mais de mettre en évidence une différence avec un risque  $\alpha$  et une puissance  $1 - \beta$  choisis a priori.

### QCM n°4 : A, C

- A. **Vrai.** Le calcul repose sur l'approximation d'une loi Binomiale par une loi Normale.  
B. Faux. Pas besoin de l'écart-type.  
C. **Vrai.** On peut faire le calcul car  $n > 30$ ,  $np > 5$  et  $nq > 5$ .

$$IC = \left[ p - c_\alpha \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}; p + c_\alpha \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \right] = \left[ \frac{15}{90} - 1,96 \times \sqrt{\frac{\frac{15}{90} \times (1 - \frac{15}{90})}{90}}; \frac{15}{90} + 1,96 \times \sqrt{\frac{\frac{15}{90} \times (1 - \frac{15}{90})}{90}} \right] = [0,090; 0,244].$$

- D. Faux. Cf. item A.  
E. Faux. Cf. item C.

### QCM n°5 : A, C, E

- A. **Vrai.** Soit  $P(2011)$ , la probabilité d'être atteint de la maladie en 2011 et  $P(2012)$ , la probabilité d'être atteint de la maladie 2012. On dit dans l'énoncé qu'« avoir eu cette maladie une année ne modifie pas le risque de l'avoir une autre année ». Cela suffit à caractériser leur indépendance.  
B. Faux.  $P(2011 \cap 2012) = 0,036 = 3,6\%$ .  
C. **Vrai.** Cf. item B.  
D. Faux.  $P(2012/2011) = \frac{P(2011 \cap 2012)}{P(2011)} = P(2012)$  puisqu'ils sont indépendants.  
$$= \frac{0,036}{0,2} = 0,18 = 18\%.$$
  
E. **Vrai.**  $P(\overline{2012}/2011) = P(\overline{2012}) = 1 - 0,18 = 0,82 = 82\%$ .

### QCM n°6 : B, D, E

- A. Faux. L'essai est multicentrique et non monocentrique. Le reste de l'item est vrai.  
B. **Vrai.**  
C. Faux. Il faut faire un Odd-Ratio. On ne peut pas calculer de RR dans une enquête cas-témoins.  
$$OD = \frac{100 \times 450}{50 \times 400} = 2,25.$$
  
D. **Vrai.**  
E. **Vrai.**

### QCM n°7 : D

- A. Faux.  $P(2\text{rouges}) = \frac{C_8^2}{C_{26}^2} = \frac{28}{325} = 0,086 < 0,2$ .  
B. Faux.  $P(1\text{rouge} \cap 1\text{noire}) = \frac{C_8^1 \times C_7^1}{C_{26}^2} = \frac{8 \times 7}{325} = 0,1723$ .  
$$P(1\text{grise} \cap 1\text{verte}) = \frac{C_6^1 \times C_5^1}{C_{26}^2} = \frac{6 \times 5}{325} = 0,092.$$
  
C. Faux.  $C_7^1 \times C_{19}^1 + C_7^2 = 133 + 21 = 154$ .  
D. **Vrai.** Cf. item A.  
E. Faux.  $P(2\text{vertes}) = \frac{C_5^2}{C_{26}^2} = \frac{10}{325} = 0,031$ .

### QCM n°8 : A, D

A. **Vrai.**  $P(X < 3 / X > 2) = \frac{P(2 < X < 3)}{P(X > 2)} = \frac{P(X < 3) - P(X < 2)}{1 - P(X < 2)} = \frac{0,7 - 0,5}{1 - 0,5} = 0,4 = 40\%$ .

B. Faux.

C. Faux.  $P(X > 4 / X > 2) = \frac{P(X > 4 \cap X > 2)}{P(X > 2)} = \frac{P(X > 4)}{P(X > 2)} = \frac{1 - 0,8}{1 - 0,5} = 0,4 = 40\%$ .

D. **Vrai.** Cf. item C.

E. Faux.  $P(X > 4 / X > 3) = \frac{P(X > 4)}{P(X > 3)} = \frac{1 - 0,8}{1 - 0,7} = 0,67 = 67\%$ .

### QCM n°9 : A, C, D

A. **Vrai.** La variable suit une loi Binomiale de paramètres  $n=600$  et  $p=1/6$  dont le succès est "obtenir 4 au lancer".

B. Faux. Cf. item A.

C. **Vrai.** Les conditions pour approximer par une loi Normale sont vérifiées ;  $n > 30$ ,  $np > 5$  et  $nq > 5$ .

D. **Vrai.**  $X$  suit maintenant une loi Normale  $N(np=100; \sqrt{npq} = \frac{5\sqrt{30}}{3})$ . On calcule  $P(85 \leq X \leq 115)$ , en rajoutant la correction de continuité donc

$$P(84,5 \leq X \leq 115,5) = \pi \left( \frac{115,5 - 100}{\frac{5\sqrt{30}}{3}} \right) - \pi \left( \frac{84,5 - 100}{\frac{5\sqrt{30}}{3}} \right) = \pi(1,70) - \pi(-1,70) = 0,9108.$$

E. Faux. Cf. item D.

### QCM n°10 : A, B, D, E

A. **Vrai.** On est sur un petit échantillon ( $n < 30$ ) et on ne sait pas si les valeurs suivent une loi Normale ou une loi Binomiale. Il faut donc faire l'hypothèse de normalité.

B. **Vrai.** Cf. item A.

C. Faux. Variance =  $(\frac{1}{n} \times \sum x_i^2) - m^2$  avec  $m = \frac{\sum x_i}{10} = \frac{44,5}{10} = 4,45$  donc la variance vaut 0,3345.

D. **Vrai.** Cf. item C.

E. **Vrai.**  $n < 30$  donc IC =  $[m - t_{n-1; \alpha/2} \frac{S}{\sqrt{n}}; m + t_{n-1; \alpha/2} \frac{S}{\sqrt{n}}]$  avec  $S = \sqrt{0,3345 \times \frac{10}{9}}$  et  $t_{n-1; \alpha/2} = 2,262$  à 9 ddl donc IC = [4,014; 4,886].

### QCM n°11 : A, E

A. **Vrai.** Le risque  $\alpha$  est le risque de rejeter à tort l'égalité des moyennes ( $H_0 : \mu_1 = \mu_2$ ). Plus  $\alpha$  est petit, moins l'expérimentateur prend de risque de rejeter  $H_0$  à tort. Ici  $\alpha = 0,01$  et on fait 200 tests donc  $0,01 \times 200 = 2$  erreurs de 1<sup>ère</sup> espèce en moyenne.

B. Faux. Cf. item A.

C. Faux. On ne sait rien sur le risque de 2<sup>ème</sup> espèce.

D. Faux. Les tests du Chi-Deux portent sur des variables qualitatives.

E. **Vrai.**

### QCM n°12 : A, D

Grâce à l'énoncé, on peut construire un tableau :

	Malades	Non malades	
Test positif	$0,9 \cdot 200 = 180$	$0,125 \cdot 800 = 100$	280
Test négatif	$200 - 180 = 20$	700	720
	$0,2 \cdot 1000 = 200$	$0,8 \cdot 1000 = 800$	1000

A. **Vrai.**

B. Faux. Il y a 20 faux négatifs.

C. Faux.  $VPP = P(M|T+) = \frac{p(M \cap T+)}{p(T+)} = \frac{180}{280} = 0,64$

D. **Vrai.**  $Se = P(T+|M) = 0,9$  et  $Sp = P(T-|\bar{M}) = \frac{p(T-\cap\bar{M})}{p(\bar{M})} = \frac{700}{800} = 0,875$

E. Faux. La sensibilité ne varie pas en fonction de la prévalence.

### QCM n°13 : B, C, D, E

A. Faux.

B. **Vrai.** On compare le pourcentage observé dans notre échantillon  $p=0,1$  au pourcentage théorique donné par le constructeur  $P=0,03$ . Notons  $Q=1-P$ .

C. **Vrai.** On est dans le cadre : d'une V.A.R **QUALITATIVE** (la panne) où  $n$  est grand (donc pas besoin d'hypothèse de normalité), on cherche à rejeter  $H_0: \mu_0=\mu_1$ . De plus,  $nP$  et  $nQ > 5$ .

D. **Vrai.** Calculons  $t_{obs} : \frac{|p-P|}{\sqrt{\frac{P(1-P)}{n}}} = \frac{0,1-0,03}{\sqrt{\frac{0,03 \cdot 0,97}{200}}} = 5,8032$ . Il ne reste plus qu'à comparer  $t_{obs}$  à  $t_\alpha$ . On

lit  $t_\alpha$  dans la table de l'écart réduit avec  $\alpha=5\%$  (car on est en bilatéral) :  $t_\alpha=1,960$ .  $t_{obs} > t_\alpha$ , ce qui signifie que le risque d'avoir tort sous  $H_0$  est plus grand que le risque qu'on accepte de prendre, on rejette donc  $H_0$ .

E. **Vrai.** Ici  $t_\alpha=2,576$ . Avec le même raisonnement que dans l'item D, on rejette  $H_0$ .

### QCM n°14 : C, D, E

A. Faux. Nous sommes dans le cadre d'une V.A.R **QUALITATIVE** (entrée en provenance du domicile) à  $r=2$  classes. On souhaite comparer 1 pourcentage observé  $p=0,6$  à 1 pourcentage théorique  $P=0,7$ ,  $n$  est grand (1000) donc pas besoin d'hypothèse de normalité.  $H_0: \mu_0=\mu_1$ . Calculons  $nP$  et  $nQ$  (avec  $Q=1-P$ ), ils sont respectivement 600 et 300 (donc  $>5$ ). On peut faire un test de l'écart réduit ainsi qu'un chi-2.

B. Faux. Le test des signes sert à tester si une population tend à avoir des valeurs plus grandes que celle d'une autre population pour des données appariées.

C. **Vrai.** Cf. item A.

D. **Vrai.** Test applicable (cf. item A) et  $\chi^2_{obs} = \left( \frac{(700-600)^2}{700} + \frac{(300-400)^2}{300} \right) = 47,62$ .

E. **Vrai.** (Attention:  $0,1\%=0,001$ ). On est à  $n-1=1$  ddl, donc :  $\chi^2_\alpha$  à  $0,001=10,827$ . Ainsi  $\chi^2_{obs} > \chi^2_\alpha$ , c'est à dire que le risque d'avoir tort sous  $H_0$  est plus grand que le risque que l'on accepte de prendre, on rejette  $H_0$ .

### QCM n°15 : A, B

A. **Vrai.** On effectue une approximation par une loi de Poisson avec  $\lambda = np$ .

On doit avoir :

$p(X \geq 1) > 0,95$ . En inversant le problème, on obtient :  $1 - P(X=0) > 0,95 \leftrightarrow P(X=0) < 0,05$ .

En utilisant la loi de Poisson :  $\frac{\lambda^0 e^{-\lambda}}{0!} < 0,05$ .

A la fin, on obtient :  $\lambda > -\ln(0,05)$  et  $\lambda = n \times p$  d'où  $n > -\ln(0,05)/10^{-4} = 29958$ .

B. **Vrai.** On se retrouve avec des expériences dont les résultats sont succès et échec répétés plusieurs fois de manière identique et indépendante.

C. Faux. Cf. item B.

D. Faux. Les conditions ne sont pas respectées car  $np = 2,9958 < 5$ .

E. Faux. On n'a rien dans le cours qui nous dit comment passer de la loi Binomiale à Fisher.

### QCM n°16 : B, D

A. Faux. On n'a pas le nombre de malades de paludisme en 2011, on a que les nouveaux cas. On peut donc calculer l'incidence mais pas la prévalence.

B. **Vrai.** Mortalité spécifique =  $\frac{304}{152000} * 1000 = 2$ .

C. Faux. On rappelle que la létalité est le rapport du nombre de décès dûs à la maladie sur le nombre de cas de la maladie. Or, on ne dispose pas de cette dernière donnée.

D. **Vrai.** Mortalité globale =  $\frac{6080}{152000} = 0,04$  soit bien 4%.

E. Faux. Non, pour reprendre l'exemple du cours : une augmentation de la prévalence peut être due à des améliorations de traitements qui maintiennent les malades en vie plus longtemps. Ils sont de plus en plus nombreux mais cela indique une innovation et ce n'est pas du tout péjoratif. Attention, une augmentation de l'incidence par contre est toujours péjorative.