TUTORAT UE 4 2015-2016 – Biostatistiques
CORRECTION Colle n°1 – Semaine du 12/10/2015

Mesures, Probabilités, statistiques – Lois de probabilités
M. Dujols – M. Sabatier

QCM n°1 : A, B

A. **Vrai**. Ils constituent bien un échantillon, mais attention il n'est pas représentatif de la population.
B. **Vrai**. Cela correspond à une loi Normale (distribution unimodale symétrique).
C. Faux. On n'avère jamais une théorie.
D. Faux. La temporalité est le fait que la cause doive précéder son effet. Le caractère systématique ou presque du lien correspond à la reproductibilité.
E. Faux. C'est l'inverse.

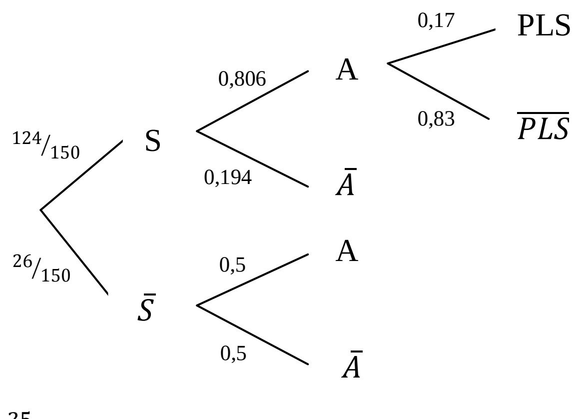
QCM n°2 : A, B, E

Soient les évènements S « être stressé » et I « être insomniaque ».
A. **Vrai**. Pour qu'il y ait indépendance, il faut que P(S∩I) = P(S) x P(I)
On a : P(S∩I) = 0,22 (d'après l'énoncé)
Et : P(S) × P(I) = 0,55 × 0,4 = 0,22
⇨ Il y a donc indépendance.
B. **Vrai**. On cherche P(I/S). Sachant qu'il y a indépendance, P(I/S) = P(I) = 0,4 = 2/5.
C. Faux. P(S∩I) = 0,22 ≠ 0.
D. Faux. On cherche P(S/I). Sachant qu'il y a indépendance, P(S/I) = P(S) = 0,55.
E. **Vrai**. *cf* item D

QCM n°3 : A, B, C, D, E

D'après l'énoncé :
- P(S) = 124/150
- P(A/$\bar{S}$) = 0,5
- P(A) = 113/150

A. **Vrai**. P(A)= $\mathrm{P}(\mathrm{A} \cap \mathrm{S}) + \mathrm{P}(\mathrm{A} \cap \bar{\mathrm{S}}) = P(A/S) \times P(S) + P(A/\bar{\mathrm{S}}) \times P(\bar{\mathrm{S}})$ ⇔ $\frac{113}{150} = P(A/S) \times \frac{124}{150} + 0{,}5 \times \frac{26}{150}$
Donc, $P(A/S) = \frac{25}{31} \approx 0{,}806$.
B. **Vrai**. *cf item A.*



C. **Vrai**. P(S∩A∩$\overline{PLS}$) = $\frac{124}{150}$.× $\frac{25}{31}$ × 0,83 = 0,553.

D. **Vrai**. *Suite item C :* Pour avoir le nombre d'étudiants correspondant, on multiplie par le nombre d'étudiants total, soit 150 : $\frac{83}{150}$x 150 = 83.

E. **Vrai**. P(S∩A∩PLS) = $\frac{124}{150}$.× $\frac{25}{31}$ × 0,17 = 0,113.
Pour avoir le nombre d'étudiants correspondant on multiplie par le nombre d'étudiants total, soit 150 : $\frac{17}{150}$ x 150 = 17.

QCM n°4 : **B, C, E**

Soient les évènements R « réussir son concours » et P « être primant » (donc $\overline{\mathrm{P}}$ « être doublant »).

A. Faux. On cherche P(R∩P) = P(R/P) × P(P) = 0,1 × (1 – 0,4) = 0,06.

B. **Vrai**. *Cf item A.*
D'après l'énoncé :
- P(P) = 0,6
- P(R/P) = 0,1
- P(R/$\overline{\mathrm{P}}$) = 0,55

C. **Vrai**. On cherche P(P/R). On utilise le Théorème de Bayes :
$P(P/R) = \frac{\mathrm{P(R/P)\times P(P)}}{\mathrm{P(R/P)\times P(P)+ P(R/\overline{P})\times P(\overline{P})}} = \frac{0{,}1\times 0{,}6}{0{,}1\times 0{,}6+ 0{,}55\times 0{,}4} = \frac{3}{14} \approx\ 0{,}2143.$

D. Faux. *cf item E.*

E. **Vrai**.

QCM n°5 : **A**

A. **Vrai**. Il s'agit de permutations.

B. Faux. A_{24}^{3}=12144.

C. Faux. C_{24}^{4}=10626.

D. Faux. On sélectionne 5 chemises, une de chaque couleur que l'on range, le nombre de possibilités est donc de 6×5×4×3×6×5!=259200

E. Faux. *cf* Item D.

QCM n°6 : **B, E**

A. Faux. $P(\overline{T}/M) = 1 - P(T/M) = 0{,}2.$

B. **Vrai**. *cf* item A

C. Faux. VPP=$P(M/T) = \frac{P(T\cap M)}{P(T)} = \frac{0{,}8\times 0{,}01}{0{,}8\times 0{,}01+0{,}3\times 0{,}99} = 0{,}026.$

D. Faux. Sp = $\frac{VN}{VN+FP}$.

E. **Vrai**. Se= $\frac{VP}{VP+FN}$.

QCM n°7 : **A, C, E**

A. **Vrai**. P(A ∩ C) = 0,24 et P(C/A)= 0,69 donc P(A)= $\frac{P(A\cap C)}{P(C/A)}$ =0,35.

B. Faux. P(A/C)= $\frac{P(A\cap C)}{P(C)} = \frac{0{,}24}{0{,}4}$=0,6.

C. **Vrai**. *cf* item B

D. Faux. P($\bar{A}$)= $P(\bar{C} \cap \bar{A}\,) + P(\bar{A} \cap C)$ ⇔ $P(\bar{C} \cap \bar{A}\,)$ = P($\bar{A}$)− $P(\bar{A} \cap C) = \frac{15}{23} - 0{,}16 = 0{,}49.$
Avec : P($\bar{A}\ \cap C) = P(\bar{A}\ /C) \times P(C) = (1 - P(A/C)) \times P(C) = 0{,}4 \times 0{,}4 = 0{,}16.$

E. **Vrai**. P($\bar{C}/\bar{A}) = \frac{P(\bar{C}\cap\bar{A})}{P(\bar{A})} = \frac{0{,}49}{0{,}65} = 0{,}75.$

QCM n°8 : **B, C, D, E**

A. Faux. $P(C \cap V) = 0{,}1 \neq P(C) \times P(V) = 0{,}98 \times 0{,}3 = 0{,}294.$

B. **Vrai**. $P(C \cap V) \neq 0$

C. **Vrai**. $P(\bar{V}/C) = 1 - P(V/C) = 1 - \frac{P(V\cap C)}{P(C)} = 0{,}9.$

D. **Vrai**. P($\bar{V}/C) = 0{,}9 > P(V/C) = 0{,}1.$

E. **Vrai**. P(C/V)= $\frac{P(C\cap V)}{P(V)} = \frac{0{,}1}{0{,}3} = \frac{1}{3}$.

QCM n°9 : **B, C**

A. Faux. C'est une variable aléatoire discrète.
B. **Vrai**.
C. **Vrai**. *Cf* cours.
D. Faux. C'est une mesure de dispersion.
E. Faux. Elle peut être également une loi discrète.

QCM n°10 : **F**

A. Faux. X et Y suivent une loi Binomiale avec n = 7 et p= 0,2 pour la variable X et p = 0,1 pour la variable Y.
B. Faux. On demande P(X<2) = P(X=0) + P(X=1) = $1 \times 0{,}2^0 \times 0{,}8^7 + 7 \times 0{,}2^1 \times 0{,}8^6$ = 0,58.
C. Faux. P(X=2) = $\frac{7\,!}{5! \times 2!} \times 0{,}2^2 \times 0{,}8^5 = \frac{7 \times 6}{2} \times 0{,}2^2 \times 0{,}8^5 = 0{,}28$.

Et P(Y = 1) = + $\frac{7\,!}{6! \times 1!} \times 0{,}1^1 \times 0{,}9^6$ = 0,37.
D. Faux. E(X)=np=7x0,2=1,4 et Var(X)=npq=7×0,2×0,8=1,12.
E. Faux. Approximation possible si n > 20 et p < 0,5. Or ici n = 7
F. **Vrai**.

QCM n°11 : **C**

A. Faux. Elle peut prendre un nombre infini de valeurs.
B. Faux. On sait que p(X=0)= $4{,}54.10^{-9}$= ($e^{-\lambda}$ x λ^0)/ 0 ! donc $e^{-\lambda}$ =$4{,}54.10^{-9}$donc λ = - ln($4{,}54.10^{-9}$) =19,21.
C. **Vrai**. *cf* item B.
D. Faux. P(X = 2) = $e^{-19{,}21}$ x $19{,}21^2$ / 2 ! =$8{,}38.10^{-7}$ et P(X = 5) = $e^{-19{,}21}$x $19{,}21^5$ / 5 ! = $9{,}9.10^{-5}$
E. Faux. *cf* item D.

QCM n°12 : **B, D**

A. Faux. n = 150 mais p = 0,23 car la variable concerne les pépites de chocolat BLANC (p = 1-0,77 = 0,23).
B. **Vrai**. On a $\lambda > 20$ et p < 0,5. Donc on peut réaliser l'approximation par la loi de Poisson. Par conséquent, λ= np = 0,23x150 = 34,5.
C. Faux. On est dans le cas de 2 lois discrètes donc pas besoin de correction de continuité.
D. **Vrai**. P(X= 20) =$\frac{(e^{-34{,}5} \times 34{,}5^{20})}{20!}$ = $2{,}438 \times 10^{-3}$
E. Faux. *Cf* item D

QCM n°13 : **B, C**

A. Faux : X suit une loi uniforme continue. Si X suivait une loi uniforme discrète, sa notation serait X~U { 1,...,n}
B. **Vrai**.
C. **Vrai**. E(X)= (5+9)/2=7
D. Faux. V(X)= $(9-5)^2$ /12= 4/3
E. Faux C'est sa fonction de répartition. Sa densité de probabilité est f(x)=1/ (9-5) = ¼ si 5 ≤ x ≤9, 0 sinon.

QCM n°14 : **A, C, E**

A. **Vrai**.
B. Faux. P(165<X<185)=P(μ-2σ<X<μ+2σ)≈0,95.
C. **Vrai**. P(X>190)=1-P(X<190)=1–P(X<$\frac{190-175}{5}$)=1–π(3)=1–0,99865=0,00135 ≈ 10^{-3}
D. Faux. *cf* item C.
E. **Vrai**.

QCM n°15 : **B, E**

A. Faux. L'inverse est possible.

B. **Vrai**. P(X<30)= $\pi\left(\frac{30-\mu}{\sigma}\right)$=π(-2)=0,0228, on a donc l'équation 30-μ=-2σ.

P(X<50)=1-0,0227=0,9773=π(2) on a donc l'équation 50-μ=2σ.
On résout le système, on trouve μ=40 et σ=5.
Autre méthode :
Une loi Normale est symétrique autour de sa moyenne, par conséquent si $\mu = 40$ alors :
P(X<30) = P(X > 50)

C. Faux.

D. Faux. *Cf* item E

E. **Vrai**. P(25<X<30)=P(X<30)-P(X<25)=0,0228-π(-3)=0,02145

QCM n°16 : **A, C, E**

A. **Vrai** : $\frac{4920}{12000}$= 0,41

B. Faux : C^2_{50} x $(0,41)^2$ x $(1- 0,41)^{48}$ = 1225 x 0,1681 x $1,10^{-11}$=$2,06.10^{-9}$

C. **Vra**i. n> 30 np=>5 nq=29,5> 5 X~*N* (20,5 ; 3,48).

D. Faux. Attention : on passe d'une loi discrète à une loi continue donc correction de continuité !
P $\left(\frac{X-\mu}{\sigma} \leq \frac{12,5-\mu}{\sigma}\right)$ = π(- 2,30) Par lecture de la table de la loi normale centrée réduite on trouve P= 0,0107 .
Le résultat proposé est pour le calcul sans correction de continuité.

E. **Vrai**. Là aussi on applique la correction de continuité d'où :
P $\left(\frac{19,5-\mu}{\partial} \leq \frac{X-\mu}{\sigma} \leq \frac{21,5-\mu}{\sigma}\right) = P\left(\frac{19,5-20,5}{3,48} \leq \frac{X-20,5}{3,48} \leq \frac{21,5-20,5}{3,48}\right)$
= π(0,29) – π(- 0,29) Par lecture dans la table de la loi normale centrée réduite on trouve P= 0,6141 – 0,3869 = 0,2272