TUTORAT UE 4 2014-2015 – Biostatistiques
CORRECTION Séance n°2 – Semaine du 29/09/2014

Lois de Probabilités
M. Sabatier

QCM n°1 : **B, D, E**

A. Faux**.** La loi uniforme peut aussi être une loi quantitative continue.
B. **Vrai**.
C. Faux. La loi de poisson est utilisée pour les évènements rares comme, par exemple, les désintégrations nucléaires ou la mort d'un individu dans un intervalle de temps.
D. **Vrai**.
E. **Vrai**.

QCM n°2 : **A, B, C**

A. **Vrai**.
B. **Vrai**. Car chaque face est équiprobable.
C. **Vrai**. Le résultat du dé 1 n'influence pas celui du dé 2.
D. Faux.
E. Faux**.** P(6$\cup$Impair)=P(6 avec dé 1$\cap$Impaire avec dé 2) + P(6 avec dé 2$\cap$Impaire avec dé 1)
=P(6 D1)xP(Impaire D2) + P(6 D2)xP(Impair D1)
$=\frac{1}{6}\text{x}\frac{3}{6}+\frac{1}{6}\text{x}\frac{3}{6}=\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$.

On peut aussi obtenir le résultat par un tableau.

	1	2	3	4	5	6
1						X
2						
3						X
4						
5						X
6	X		X		X	

P=Nombre de faces favorables/nombre de faces totales = $\frac{6}{6x6}=\frac{1}{6}$.

QCM n°3 : **A, B, C**

A. **Vrai**.
B. **Vrai**. P(X=0)= C^0_4x0,41^{0}x(1-0,41)$^{4-0}$=0,1212.
C. **Vrai**. P(X=2)= C^2_4x0,41^{2}x(1-0,41)$^{4-2}$= 6x0,1681x0,3481=0,3511.
D. Faux. P(X≥2)= 1-P(X<2)=1-(P(X=0)+P(X=1))=1-(0,1212+(C^1_4x0,41^{1}x(1-0,41)^3)=0,5420.
E. Faux. P(X>2)=1-(P(X=0)+P(X=1)+P(X=2))=1-(0,1212+0,3368+0,3511)=0,1909.

QCM n°4 : F

A. Faux. n=150 et p=0,06.
B. Faux. X suit une loi binomiale de paramètres n=150 et p=0,06.
C. Faux. E(X)=np=9.
D. Faux. λ=np=9 mais on a bien n≥20 et p<0,5.
E. Faux. Il faut faire une correction de continuité quand on passe d'une loi binomiale (discrète) à une loi normale (continue).
F. **Vrai**.

QCM n°5 : A, C

A. **Vrai**. Car λ représente l'espérance.
B. Faux. *Cf. item A.*
C. **Vrai**. P(X≤2) = P(X=0)+P(X=1)+P(X=2) = $\frac{4^0 e^{-4}}{0!} + \frac{4^1 e^{-4}}{1!} + \frac{4^2 e^{-4}}{2!}$ =0,2381.
D. Faux. *Cf. item C.*
E. Faux. Dans une loi de Poisson, E(X)=λ. Donc ici, E(X)=λ=4.

QCM n°6 : B, C

A. Faux. X suit bien une loi discrète (loi binomiale) mais de paramètres p=0,2 et n=70.
B. **Vrai**. E(X)=np=0,2x70=14 et Var(X)=npq=70x0,2x0,8=11,2.
C. **Vrai**. Car n≥20, p<0,5 et λ=np.
D. Faux. P(X=25)=$\frac{14^{25} e^{-14}}{25!}$= 2,412.10^{-3}
E. Faux. P(X=20)=$\frac{14^{20} e^{-14}}{20!}$= 0,029.

QCM n°7 : A, C, E

A. **Vrai**. $\int_2^5 a+\frac{2}{9}x dx=1 \Leftrightarrow \left[ax+\frac{x^2}{9}\right]_2^5=1 \Leftrightarrow \left(5a+\frac{25}{9}\right)-\left(2a+\frac{4}{9}\right)=1 \Leftrightarrow 3a=1-\frac{21}{9} \Leftrightarrow$ $a=-\frac{4}{9}$. Il faut également vérifier que f(x)≥0.
B. Faux. Toutes les probabilités hors intervalle sur laquelle est définie la densité de probabilité sont nulles. Ici, 5,85>5, donc P(X>5,85)=0.
C. **Vrai**. En loi de probabilité continue, P(X=a)=0.
D. Faux. *Cf. item E.*
E. **Vrai**. $E(X)=\int_2^5 xf(x)dx=\int_2^5 x(-\frac{4}{9}+\frac{2}{9}x)dx=\int_2^5(-\frac{4}{9}x+\frac{2}{9}x^2)dx=\left[-\frac{4}{9}*\frac{x^2}{2}+\frac{2}{9}*\frac{x^3}{3}\right]_2^5=$
$\left[-\frac{4}{9}*\frac{5^2}{2}+\frac{2}{9}*\frac{5^3}{3}\right]-\left[-\frac{4}{9}*\frac{2^2}{2}+\frac{2}{9}*\frac{2^3}{3}\right]=\frac{100}{27}-(-\frac{8}{27})=108/27=4.$

QCM n°8 : B, C

A. Faux. X suit une loi uniforme continue. Si X suivait une loi uniforme discrète, sa notation serait X~U$\{$ 1, ...,n $\}$.
B. **Vrai**.
C. **Vrai**. $E(X)=\frac{3+5}{2}=\frac{8}{2}$=4.
D. Faux. $V(X)=\frac{(5-3)^2}{12}=\frac{4}{12}=\frac{1}{3}$.
E. Faux. C'est sa fonction de répartition. Sa densité de probabilité est f(x)=$\frac{1}{5-3}=\frac{1}{2}$si 3≤x≤5, 0 sinon.
F.

QCM n°9 : **A, B, E**

A. **Vrai**. E(X)=$\frac{1}{\theta}$ ⇔ θ=$\frac{1}{E(X)}$ ⇔ θ=$\frac{1}{4}$ ⇔ θ=0,25.

B. **Vrai**. P(X>6)=1– P(X≤6) avec P(X≤6)=1-$e^{-6x0,25}$.

C. Faux.

D. Faux. *Cf. item E*.

E. **Vrai**. P(X>4/X>1)=$\frac{P(X>4 \cap X>1)}{P(X>1)}=\frac{P(X>4)}{P(X>1)}=\frac{1-P(X\le 4)}{1-P(X\le 1)}=\frac{1-(1-e^{-1})}{1-(1-e^{0,25})}$=0,4724.

QCM n°10 : **A, C, E**

A. **Vrai**.

B. Faux. P(X=25)=0.

C. **Vrai**. P(X<25)=π($\frac{25-30}{4}$)=π(-1,25)=0,1057=0,106.

D. Faux. P(X>32)=1-P(X<32)=1- $\pi\left(\frac{32-30}{4}\right)$=1- π(0,5)=1-0,6915=0,309.

E. **Vrai**. P(25<X<32)= P(X<32)-P(X<25)=0,691-0,106=0,586.

QCM n°11 : **B, D**

A. Faux. On utilise une loi normale.

B. **Vrai**. $\pi\left(\frac{8-\mu}{\sigma}\right)$=0,1587 donc par lecture inverse de la table de la loi normale $\frac{8-\mu}{\sigma}$=-1 (équation 1). $\left(\frac{9,5-18}{3,2863}\right)$=1-0,0227=0,9773 donc par lecture inverse de la table de la loi normale $\left(\frac{14-\mu}{\sigma}\right)$=2 (équation 2). On résout le système formé par les équations 1 et 2 pour trouver μ=10 et σ=2.

C. Faux. *Cf. item B*.

D. **Vrai**. $\pi\left(\frac{14-10}{2}\right)$- $\pi\left(\frac{6-10}{2}\right)$=π(2)-π(-2)=0,9773-0,0228=0,9545.

E. Faux. *Cf. item D*.

QCM n°12 : **A**

A. **Vrai**. P(μ-3σ<X<μ-3σ)= $\pi(\frac{\mu+3\sigma-\mu}{\sigma})$- $\pi\left(\frac{\mu-3\sigma-\mu}{\sigma}\right)$=π(3)-π(-3)=0,99865-0,00135=0,997.

B. Faux.

C. Faux.

D. Faux.

E. Faux.

QCM n°13 : **A, C, E**

A. **Vrai**.

B. Faux. Cela dépend du sens de l'inégalité.

C. **Vrai**. Approximation par la loi normale. P(X<10) = P(X≤9,5) = $\pi\left(\frac{9,5-18}{3,2863}\right)$ = π(-2,59)= 0,0048.

D. Faux. Attention, c'est le calcul sans la correction de continuité.

E. **Vrai**. P(24<X<26) = $\pi\left(\frac{25,5-18}{3,2863}\right)$-$\pi\left(\frac{24,5-18}{3,2863}\right)$

= π(2,28)-π(1,98)
= 0,9887- 0,9761
= 0,0126

QCM n°14 : **B, C, E**

A. Faux. $P(X=0)=e^{-\lambda}= 0{,}06.10^{-9}$ donc $\lambda=-\ln(0{,}06.10^{-9})=23{,}54$.

B. **Vrai**. $\frac{23{,}54^{15}e^{-23{,}54}}{15!}= 0{,}0173$.

C. **Vrai**. $\lambda>20$ donc $\mu=\lambda=23{,}54$ et $\sigma=\sqrt{\lambda}=4{,}85$.

D. Faux. Possible avec la correction de continuité (*cf. item E*).

E. **Vrai**. $P(X=10)=P(9{,}5<X<10{,}5) =P(9{,}5–23{,}54/4{,}85<U<10{,}5-23{,}54/4{,}85)$
$=P(-2{,}89<U<-2{,}69)=P(-.2{,}69)–P(-2{,}89)=0{,}0036–0{,}0019=1{,}7x10-3$.