UM1 Université Montpellier 1 — Faculté de Médecine — Faculté de Pharmacie Montpellier — Tutorat

TUTORAT UE 4 2014-2015 – Biostatistiques
CORRECTION Séance n°3 – Semaine du 06/10/2014

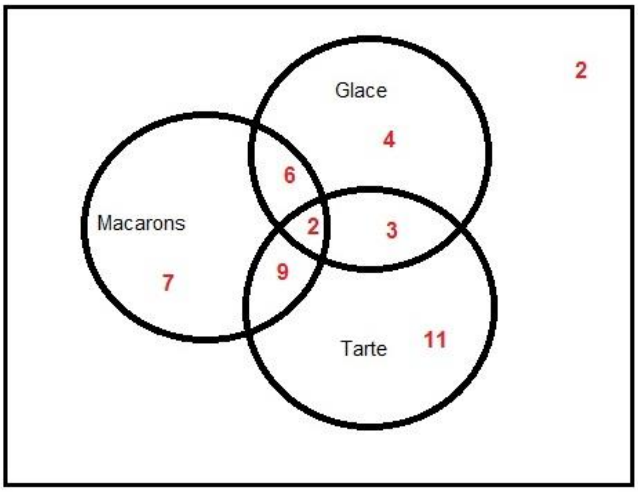
Séance d'entraînement
M. Dujols – M. Sabatier

QCM n°1 : A, B, C, E

A. **Vrai**. Pour vérifier l'indépendance de 2 événements, il faut comparer le produit de leurs probabilités avec la probabilité de leur intersection. Ici, P(A)xP(B)=0,10x0,16=0,016=P(A∩B). Les deux probabilités étant égales, les 2 événements sont bien indépendants.
B. **Vrai**. $P(B/A) = \frac{P(B\cap A)}{P(A)} = \frac{0{,}016}{0{,}1} = 0{,}16.$
C. **Vrai**. $P(A/B) = \frac{P(A\cap B)}{P(B)} = \frac{0{,}016}{0{,}16} = 0{,}1.$
D. Faux. 1,6% de la population sont atteints des deux maladies, soit 1516 hommes et femmes. La population étant composée d'autant d'hommes que de femmes, la moitié des personnes atteintes sont des femmes, soit 758 femmes.
E. **Vrai**. À nouveau ici, il s'agit d'établir l'indépendance de 2 événements *(cf. item A)* :
P(A)xP(C)=0,1x0,05=0,005=P(A∩C)
P(B)xP(C)=0,16x0,05=0,008=P(B∩C).

QCM n°2 : A, B

D'après les données de l'énoncé, on construit le diagramme suivant :



A. **Vrai**. *Cf. diagramme.*
B. **Vrai**. *Cf. diagramme.*
C. Faux. 18 convives ont pris 2 desserts, parmi lesquels 3 ont pris une glace et une part de tarte, soit 3/18=16,7%.
D. Faux. *Cf. diagramme.*
E. Faux. Pour apprécier l'indépendance de 2 événements, il faut comparer le produit de leurs probabilités avec la probabilité de leur intersection, soit :
– d'une part, P(macarons)xP(glace)= $\frac{24}{44} X \frac{15}{44} = 0{,}1860.$
– d'autre part, P(macarons ∩ glace)= $\frac{8}{44}$ = 0,1818.

QCM n°3 : A, E

A. **Vrai**. On réalise ici une permutation, telle que 35 !=$1{,}03.10^{40}$.
B. Faux. On fait un arrangement de 3 parmi 35, soit: $= 39270$.
C. Faux. Il y a 10! classements féminins spécifiques possibles, dont un est celui établi selon l'ordre alphabétique. D'où la probabilité d'avoir l'ordre alphabétique comme classement, égale à $\frac{1}{10!} = \frac{1}{3628800}$.
D. Faux. On ne tient pas compte de l'ordre, on s'intéresse juste au 2 premières équipes. Il existe la combinaison de 2 parmi 10 duo d'équipes gagnantes possibles, soit $\frac{10!}{(10-2)!2!} = 45$, dont une que ce soit les 2 équipes qui se connaissent, ce qui donne une probabilité égale à 1/45.
E. **Vrai**. On compare la combinaison de 4 parmi 10 à l'arrangement de 2 parmi 20, tels que $C_{10}^{4} = 210$ et $A_{20}^{2} = 380$.

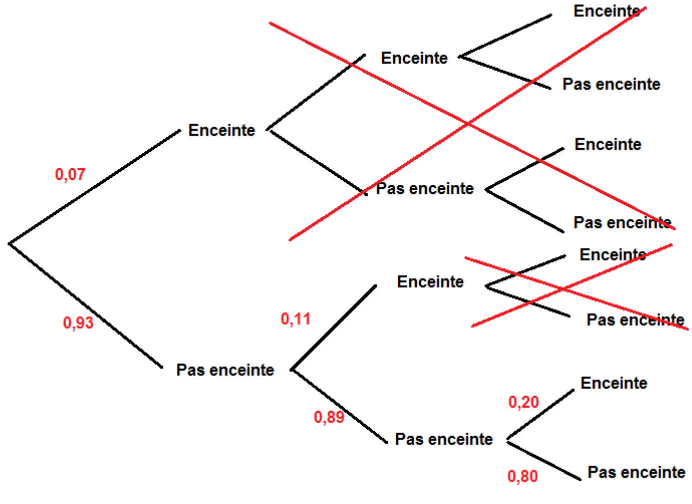
QCM n°4 : B, C

A. Faux. On utilise les combinaisons car c'est un choix sans ordre : $\frac{C_8^3}{C_{26}^3} = 0{,}0215$.
B. **Vrai**. On utilise les combinaisons : $\frac{C_{14}^2}{C_{26}^2} = 0{,}28$.
C. **Vrai**. Il y a 8 surligneurs jaunes qui fonctionnent et 4 surligneurs bleus qui ne fonctionnent plus, soit $\frac{C_8^2\ C_4^2}{C_{26}^4} = 0{,}011 = 1{,}1\%$
D. Faux. Il y a 7 surligneurs jaunes, 4 bleus et 1 rose qui ne fonctionnent plus : $\frac{C_7^1\ C_1^1 C_4^1}{C_{26}^3} = 0{,}01$
E. Faux. Il y a 15 surligneurs jaunes dont 8 qui fonctionnent. S'il ne souhaite alors tirer que ceux qui fonctionnent, cela revient à calculer : $\frac{C_8^8}{C_{15}^8} = 1{,}554.10^{-4}$.

QCM n°5 : A, E

A. **Vrai**. Il y a 7!=5040 propositions de noms possibles.
B. Faux. Avec 20 consonnes et 6 voyelles, il y a $C_{20}^4 \times C_6^3$ = 96900 choix possibles pour les consonnes et voyelles qui vont composer le nom. Puis, les 7 lettres devront être ordonnées, telles que, in fine, on ait 96900x7 !=$4{,}88.10^8$ noms possibles.
C. Faux. *Cf. item B*.
D. Faux. On utilise les combinaisons : $\frac{C_6^6}{C_{26}^6} = 4{,}34 \times 10^{-6}$.
E. **Vrai**. Avec 5 lettres : $\frac{C_{20}^5}{C_{26}^5}$= 0,24>20% alors qu'avec 6 lettres : $\frac{C_{20}^6}{C_{26}^6}$= 0,17<20%.

QCM n°6 : A, B



A. **Vrai**. À la suite du 1er rapport, 7% des femmes tombent enceintes *(on admet dès lors qu'elles ne peuvent pas tomber enceintes à la suite des 2ème et 3ème rapports, puisqu'elles le sont déjà)*. Pour obtenir le pourcentage de grossesses à la suite des 2ème et 3ème rapports, il suffit de multiplier les branches du chemin y menant. Au final : 0,07+0,93x0,11+0,93x0,89x0,20=0, 33784($>\frac{1}{3}$).
B. **Vrai**. 7% des femmes, d'où 3,5% de la population (la population étant composée d'autant d'hommes que de femmes, soit 50% de chaque).
C. Faux. 16,554% au 3ème rapport contre 17,23% lors des 2 premiers.
D. Faux. Nous sommes ici dans l'impossibilité de le déterminer.
E. Faux. On aura le même résultat final car on fait des multiplications, donc quel que soit l'ordre, c'est le même résultat in fine, bien que passant par des étapes différentes.

QCM n°7 : **A, B, C, D, E**

On réalise un tableau de prévalence:

	malades	non malades	totaux
senteurs	4%	70%	74%
non senteurs	12%	14%	26%
totaux	16%	84%	100%

A. **Vrai**. *Cf. tableau.*
B. **Vrai**.14%>12%.
C. **Vrai**. $P(malade/non\ senteur) = \frac{P(malade \cap non\ senteur)}{P(non\ senteur)} = \frac{0,12}{0,26} = \frac{6}{13}$.
D. **Vrai**. $P(non\ malade/senteur) = \frac{P(non\ malade \cap senteur)}{P(senteur)} = \frac{0,70}{0,74} = 0,945945, > 0,94$.
E. **Vrai**. 0,74x500=370.

QCM n°8 : **A, C**

A. **Vrai**. Cette probabilité nous est donnée dans l'énoncé.
B. Faux. P(HTA)=P(HTA∩H)+P(HTA∩F)= P(H)xP(HTA/H)+P(F)xP(HTA/F)=0,25x0,4+(1-0,25)x0,15=0,2125.
C. **Vrai**. $P(H/HTA) = \frac{P(H \cap HTA)}{P(HTA)} = \frac{0,25\times0,4}{0,2125} = 0,47$.
D. Faux. *Cf. item C.*
E. Faux. $P(H \cap HTA) = 0,25 \times 0,4 = 0,1$ et $P(F \cap HTA) = 0,75 \times 0,15 = 0,1125$.

QCM n°9 : **A, D, E**

A. **Vrai**. On note A l'événement « avoir les yeux bleus » et B l'événement « être blond » : $P(B/A) = \frac{P(A\cap B)}{P(A)} = \frac{0,1}{0,2} = 0,5$ =1-P($\bar{B}/A$).
B. Faux. $P(A) \times P(B) = 0,2 \times 0,4 = 0,08 \neq P(A \cap B) = 0,1$.
C. Faux. Ces deux événements ne sont pas incompatibles car on peut à la fois ne pas être blond et avoir les yeux bleus.
D. **Vrai**. $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0,2 + 0,4 - 0,1 = 0,5$ et P(B/A)=0,5 *(cf. item A)*.
E. **Vrai**.$P(A/B) = \frac{P(A\cap B)}{P(B)} = \frac{0,1}{0,4} = 0,25$.

QCM n°10 : **B**

On résume les données de l'énoncé dans un tableau :

	M	$\bar{M}$	
T	37	3	40
$\bar{T}$	11	99	110
	48	102	150

A. Faux. La prévalence est de 48/150=32%.
B. **Vrai**. La sensibilité est la probabilité d'avoir le test positif sachant que l'on est malade : Se=37/48=0,77.
C. Faux. La VPP est la probabilité d'être malade sachant que le test est positif.
D. Faux. VPP=37/40=0,925=92,5%.
E. Faux. On rappelle que VPP=P(M/S) et VPN=P($\bar{M}/\bar{S}$). Or, pour un test donné, le taux de réponse au test est connu, donc P(T) et P($\bar{T}$) sont invariables. Seuls vont varier les nombres de personnes malades et non malades au sein de chacun des groupes considérés ; les variations de VPP et VPN sont donc indépendantes l'une de l'autre.

QCM n°11 : **B, C, D, E**

A. Faux. En traçant l'arbre on trouve que : P(X=0)=2/3, P(X=1)=1/3x70%=7/30, et P(X=2)=1/3x30%=0,1.
B. **Vrai**.
C. **Vrai**. $E(X)=\sum X_i P_i$= 0x2/3 + 1x7/30 + 2x0,1=13/30.
D. **Vrai**. $V(X)=\sum X_i^{\ 2} P_i -(E(X)^2)$= 7/30 + 4x0,1 – (13/30)²=401/900=0,45.
E. **Vrai.** La probabilité de gagner 3 ordinateurs en ayant acheté 2 grilles est celle de gagner 1 ordinateur puis 2 ordinateurs, ou de gagner 2 ordinateurs puis 1, soit 7/30 x 0,1 + 0,1 x 7/30 = 0,047 environ.

QCM n°12 : **A, E**

A. **Vrai**. E(X)=λ=$\frac{54}{30}$=1,8.
B. Faux.
C. Faux. $\sigma=\sqrt{1{,}8}=1{,}34$.
D. Faux. P(X≥1)=1-P(X=0)=0,835.
E. **Vrai**. P(X≤ 2)=P(X=0)+P(X=1)+P(X=2)=0,73.

QCM n°13 : **B, D, E**

A. Faux. Les paramètres de la loi sont n=50, et p=$\frac{1260}{2800} = 0{,}45$.
B. **Vrai**.
C. Faux. E(X)=0,45x50=22,5.
D. **Vrai**. Les conditions d'application d'une approximation de la loi Binomiale par une loi de Poisson sont n>20 et p<0,5,ici réunies.
E. **Vrai**. Ici, λ=np=50x0,45=22,5.

QCM n°14 : **B**

A. Faux.
B. **Vrai**. $\int_{-3}^{1} \frac{x}{12} - k\,dx = 1 \Leftrightarrow [\frac{x2}{24} - kx]_{-3}^{1} = 1 \Leftrightarrow (\frac{1}{24} - k) - (\frac{9}{24} + 3k) = 1 \Leftrightarrow \frac{-8}{24} - 4k = 1 \Leftrightarrow k = -\frac{1}{3}$. De plus, pour toute densité de probabilité, il faut s'assurer qu'elle remplit les 2 conditions suivantes :
   - f(x)≥0 pour tout x appartenant à R
   - f est continue (sauf éventuellement en un nombre fini de points)
C. Faux. $E(X)=\int_{-3}^{1} x\, f(x)\,dx = \int_{-3}^{1} \frac{x2}{12} + \frac{x}{3}dx \Leftrightarrow [\frac{x3}{36} + \frac{x2}{6}]_{-3}^{1} = (\frac{1}{36} + \frac{1}{6}) - (-\frac{27}{36} + \frac{9}{6} = -\frac{5}{9}$.
D. Faux. P(X=0)=0, car pour toute loi continue, la probabilité d'une valeur discrète est nulle.
E. Faux. $P(X<-1) = [\frac{x2}{24} + \frac{x}{3}]_{-3}^{-1} = (\frac{1}{24} - \frac{1}{3}) - (\frac{9}{24} - 1) = \frac{1}{3}$.

QCM n°15 : **A, C**

A. **Vrai**. P(-u ≤U≤ u)=π(u)-π(-u)=π(u)-(1-π(u))=2π(u)-1.
B. Faux. C'est la variance.
C. **Vrai**. On applique la formule et on teste la valeur : P(X<3)=0,618↔ P(U<$\frac{3,7-\mu}{3}$)=π(0,3) ↔ 3,7-µ=0,9 ↔ µ=2,8.
D. Faux. L'espérance peut être négative, et f toujours ≥0.
E. Faux. P(X<u)=$\int_{-\infty}^{u}$ *f*(x)dx.

QCM n°16 : **A, C**

A. **Vrai**. E(X)=$\frac{100+70}{2} = 85kg$.
B. Faux. C'est la densité de probabilité.
C. **Vrai**. P(X<82)=$F(82) = \frac{82-70}{100-70} = 0,4$.
D. Faux. P(65≤X≤88)=P(65<X<70)+P(70<X<88)=0+F(88)-F(70)=$\frac{88-70}{100-70} - \frac{70-70}{100-70} = 0,6$ *(P(65<X<70)=0 car la loi n'est pas définie en dehors de l'intervalle [70 ;100]).*
E. Faux*. Cf. item D*.

QCM n°17 : **B, D**

A. Faux. On sait que P(X>2)=0,8 ↔ 1-F(2)=0,8 ↔ 1–(1–$e^{-2\theta}$)=0,8 ↔ θ=-0,5xln(0,8) ≈ 0,1.
B. **Vrai**.
C. Faux. E(X)=1/θ=8,96 heures.
D. **Vrai**. P(X>4/X>2)= $\frac{P(X>4 \cap X>2)}{P(X>2)} = \frac{P(X>4)}{P(X>2)} = \frac{1-(1-\exp(-4\theta))}{0,8}$ =0,8.
E. Faux. P(X>2/X>0,25)= $\frac{P(X>2 \cap X>0,25)}{P(X>0,25)} = \frac{P(X>2)}{P(X>0,25)} = \frac{0,8}{\exp-(0,25x0,1)}$ =0,82.

.

QCM n°18 : **F**

A. Faux. P(X<62)=π($\frac{62-70}{10}$)=π(-0,8)=0,2119=21,2% (Attention entre proportion et pourcentage !).
B. Faux. Avec une loi continue, P(X=a)=0.
C. Faux. La valeur 0,7389 dans les tables équivaut à π(0,64) donc $\frac{X-130}{30}$ =0,64 soit X=149,2 bpm.
D. Faux. P(X>160)=1-π($\frac{160-130}{30}$)=1-π(-1)=1-0,8413=0,1587.
E. Faux. P(X<50)=π($\frac{50-70}{10}$)=π(-2)=0,0228.
F. **Vrai**.

QCM n°19 : **B**

A. Faux. Il faut résoudre un système pour trouver la moyenne et l'écart type. Tout d'abord, on sait que P(X≤28)=0,3085. Par lecture inverse de la table, on trouve que π($\frac{28-\mu}{\sigma}$)=π(-0,5), soit $\frac{28-\mu}{\sigma}$ = -0,5. En simplifiant, on trouve que $\sigma - 2\mu = -56$, c'est la première expression du système. En faisant pareil avec P(X≤40,5), on obtient la 2ème expression du système, $2,63\sigma + \mu = 40,5$. En résolvant le système *(avec la fonction système de la calculette ou à la main)* on trouve que $\mu \approx 30$ et $\sigma \approx 4$.
B. **Vrai**.
C. Faux. *Cf. item A*.
D. Faux. P(26≤X≤29)= $\pi\left(\frac{29-30}{4}\right) - \pi(\frac{26-30}{4}$)=0,4013-0,1587=0,2426.
E. Faux. P(31,5≤X≤41,5)= $\pi\left(\frac{41,5-30}{4}\right) - \pi(\frac{31,5-30}{4}$)=0,9980-0,6480=0,35.

__QCM n°20 :__ **B, D**

A. Faux. La variable suit une loi Binomiale de paramètres 200 et ¼.

B. **Vrai**. On peut l'approcher avec une loi Normale N (np ; $\sqrt{np(1-p)}$), car les conditions d'application de l'approximation sont réunies :
   - n>30
   - np>5
   - n(1-p)>5

C. Faux. Avec la correction de continuité, la probabilité à calculer est P(34,5≤X≤65,5), ce qui vaut π(2,53)–π(-2,53), soit 0,9886.

D. **Vrai**. Ici, on veut exclure la valeur 45, ce qui revient à calculer P(X<44,5) ↔ P(U<$\frac{44{,}5-50}{\frac{5\sqrt{6}}{2}}$)
↔ π(-0,90)=0,1841.

E. Faux. P(40≤X≤55) ~ P(39,5≤X≤55,5)=π(0,90)-π(-1,71)=0,8159-0,0436=0,7723.