TUTORAT UE 4 2014-2015 – Biostatistiques
CORRECTION Colle n°1 – Semaine du 13/10/2014

Mesures, Probabilités, statistiques – Lois de probabilités
M. Dujols - M. Sabatier

<u>*QCM n°1 :*</u> **A, C**

A. **Vrai**. P(M/+50)= $\frac{P(+50/M)*P(M)}{P(+50)} = \frac{0,75*0,05}{0,6}$ = 0,0625.

B. Faux. *Cf. item A*.

C. **Vrai**. $P(+50/\overline{M}) = \frac{P(\overline{M}/+50)*P(+50)}{P(\overline{M})} = \frac{0,9375*0,6}{0,95}$=0,592.

D. Faux. P(M/-50) = $\frac{0,25*0,05}{0,4}$=0,03125.

E. Faux. *Cf. item D*.

<u>*QCM n°2 :*</u> **B**

Soit F l'évènement « manger un fruit » et G l'évènement « manger un gâteau ».

A. Faux. *Cf. item B*.

B. **Vrai**. P($F \cap \overline{G}$)= P(F) – P(F∩G) = 0,35 – 0,25 = 0,1.

C. Faux. P($G \cap \overline{F}$) = P(G) – P(F∩G) = 0,9 – 0,25 = 0,65.

D. Faux. $P(\overline{F \cap G}) = 1 - P(F \cup G) = 1 - [P(F) + P(G) - P(F \cap G)] = 1 - [0,35 + 0,9 - 0,25] = 0$.

E. Faux. P(F∩G)=0,25 et P(F)xP(G)=0,315. P(F)*P(G)≠P(F∩G), donc les 2 événements ne sont pas indépendants.

<u>*QCM n°3 :*</u> **A, B, D**

A. **Vrai**. On sait que P(AUB)=P(B)+P(A)-P(A∩B). Or, lorsque l'on isole P(A∩B), on obtient bien : P(A∩B)=P(A)+P(B)-P(AUB).

B. **Vrai**.

C. Faux. On ne peut pas avoir P(A∩B)=0 et P(A)xP(B) > 0.

D. **Vrai**.

E. Faux. P(AUB) = 1 – P($\overline{A \cup B}$) = 1- P($\overline{A} \cap \overline{B}$).

QCM n°4 : **E**

A. Faux. C'est définition de la sensibilité.

B. Faux. On peut faire un tableau :

	A le VIH	N'a pas le VIH	TOTAUX
Test positif	114	58	172
Test négatif	89	139	228
TOTAUX	203	197	400

P(T/M)=$\frac{114}{114+89}$=0,562.

C. Faux. *Cf. item B*.

D. Faux. Spécificité = P($\overline{T}/\overline{M}$)=$\frac{139}{139+58}$=0,706.

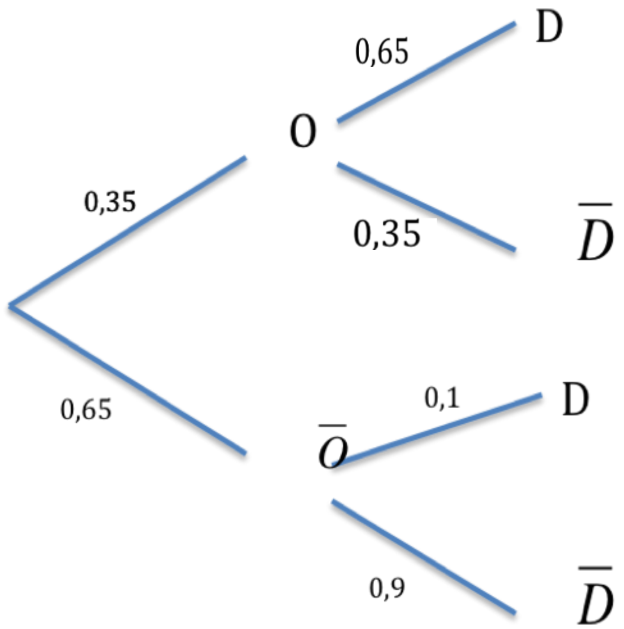
E. **Vrai**. *Cf. item D*.

QCM n°5 : **C**

A. Faux. *Cf. item C*.

B. Faux. *Cf. item C*.

C. **Vrai**. On traduit l'énoncé : P(O)=0,35 P(D/O)=0,65 P($\overline{D}/\overline{O}$)=0,9



P(O/D)=$\frac{P(D/O)*P(O)}{P(D/O)*P(O)+P(D/\overline{O})*P(\overline{O})}=\frac{0,65*0,35}{0,65*0,35+0,1*0,65}$=0,7778

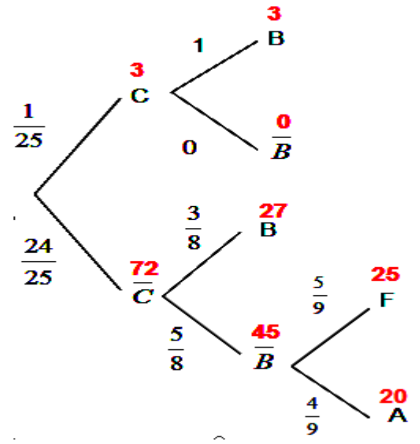
D. Faux. *Cf. item C*.

E. Faux. Il suffit de calculer P(O)xP(D) et P(O$\cap$D) et de voir s'ils sont égaux.
Par lecture sur l'arbre, on a P(D)=0,65x0,35+0,65x0,1=0,2925 donc P(O)xP(D)=0,102375.
Et P(O$\cap$D)=P(O/D)xP(D)=0,7778x0,2925=0,2275.
P(O$\cap$D) est différent de P(O)xP(D), les 2 évènements ne sont pas indépendants.

QCM n°6 : **E**

A. Faux. D'après l'énoncé, on a $P(\overline{C}) = 24/25$ $\quad P(C \cap B) = 3/75$ $\quad P(B/\overline{C}) = 3/8$

$$P(B/C) = \frac{P(B \cap C)}{P(C)} = \frac{P(B \cap C)}{1 - P(\overline{C})} = \frac{3/75}{1 - 24/25} = 1$$



B. Faux. $P(\overline{B}) = P(C \cap \overline{B}) + P(\overline{C} \cap \overline{B}) = 0 + P(\overline{B}/\overline{C}) \times P(\overline{C}) = 0 + (1 - P(B/\overline{C})) \times P(\overline{C}) = 5/8 \times 24/25$ =3/5

C. Faux. Nous savons que 45 étudiants ne sont pas catalans et ne supportent pas le Barça. D'après l'énoncé 20 d'entre eux supportent une équipe anglaise donc 45-20=25 supportent une équipe française.

D. Faux. On a calculé P(B/C)=1 donc tous les catalans supportent le Barça. On a donc P(A/C)=0.

E. **Vrai**. $P(B) = 1 - P(\overline{B}) = 1 - 3/5 = 2/5$. On multiplie par 75 et on obtient 30 étudiants (soit d'après l'arbre 27+3).

QCM n°7 : **A, B, C, D**

A. **Vrai**. Puisque l'ordre n'est pas important dans cette situation, on va utiliser des combinaisons. Ainsi, le nombre de cas possibles est C^5_{25}=53 130.

B. **Vrai**. Le nombre de possibilités se calcule selon la formule suivante : $C_9^1 x C_{11}^1 x C_5^3$=990.

C. **Vrai**. On cherche en effet : $\dfrac{C_5^1 \times C_{20}^4}{C_{25}^5} = 0{,}456$.

D. **Vrai**. Attention ! Pour les deux derniers items, on va devoir tenir compte de l'ordre de tirage. Ainsi, on va utiliser des arrangements afin de calculer ces probabilités. Ici, on veut :

$$\frac{A_5^5}{A_{25}^5} = \frac{5!}{\dfrac{25!}{(25-5)!}} = 1{,}88 \times 10^{-5}.$$

E. Faux. En effet, on veut : $\dfrac{A_5^1 \times A_{11}^1 \times A_9^3}{A_{25}^5} = 0{,}00435$.

QCM n°8 : **F**

A. Faux. Pour une loi uniforme discrète : E(X)=$\frac{a+b}{2}$=9,5 et Var(X)=$\frac{b^2-1}{12}$=26,92 donc σ(X)=5,19.
B. Faux. *Cf. item A*.
C. Faux. Le nombre d'accidents du travail par jour moyen est égal à 2/10=0,2 donc E(X) =λ=0,2 donc X~P(0,2) et Var(X)=λ=0,2.
D. Faux. E(X)$\frac{1}{\theta}$=5 et Var(X)=$\frac{1}{\theta^2}$=25. *De plus, /!\ à l'énoncé ! Celui-ci précise que l'on s'intéresse aux variables aléatoires discrètes, mais la loi Exponentielle est une loi continue*.
E. Faux. Pour une loi binomiale : E(X)=np=13 et Var(X)=np(1-p)=6,24.
F. **Vrai**.

QCM n°9 : **A, C, E**

A. **Vrai**. L'écart type renseigne sur la largeur (dispersion) et la moyenne sur la position.
B. Faux. *Cf. item C*.
C. **Vrai**. D'après l'énoncé, et avec l'aide de la table de la loi Normale :

P(X<40)=0,0475 ↔ P(U< $\frac{40-\mu}{\sigma}$)=0,0475 ↔ π($\frac{40-\mu}{\sigma}$)=0,0475 ↔ $\frac{40-\mu}{\sigma}$ = -1,67.

P(X>54)=1,35.10^{-3} ↔ P(X<54)=0,99865 ↔ P(U<$\frac{54-\mu}{\sigma}$) ↔ π($\frac{54-\mu}{\sigma}$)=0,99865 ↔ $\frac{54-\mu}{\sigma}$=3.

On résout le système pour trouver μ=45 et σ=3.

D. Faux. On calcule P(41<X<52)=P($\frac{41-45}{3}$<U< $\frac{52-45}{3}$)= π(2,33) – π(-1,33)=0,9901-0,0918=0,8983.
E. **Vrai**. P($\frac{(\mu-\sigma)-\mu}{\sigma}$ < X <$\frac{(\mu+\sigma)-\mu}{\sigma}$)= P($\frac{-\sigma}{\sigma}$<U<$\frac{\sigma}{\sigma}$)= π(1) – π(-1)= 0,8413-0,1587=0,6826.

QCM n°10 : **D, E**

A. Faux. On a une variable discrète qui représente des évènements rares, donc X suit une loi de Poisson.
B. Faux. D'après l'énoncé, E(X)=2/5=λ.
C. Faux. On est avec une loi discrète. P(X=0)=$e^{-\lambda}$=0,67.
D. **Vrai**. P(0<X<2)=P(X=1)=$\frac{(2/5)\times e^{-2/5}}{1!}$=0,268.
E. **Vrai**. P(0<X≤2)= P(X=1)+P(X=2)=0,268+ $\frac{(2/5)^2\times e^{-2/5}}{2!}$=0,322.

QCM n°11 : **B**

A. Faux. Grâce à l'énoncé, on peut définir X la v.a.r. qui suit la loi binomiale de paramètres n=30-(30*30%)=21 et p=0,6 => probabilité de mourir à cause d'une éruption volcanique quand on est un homme. Donc X~B(21;0,6).

B. **Vrai**. *Cf. item A*.

C. Faux. On va pour résoudre ce QCM introduire une nouvelle v.a.r. Y qui représente le nombre de femmes qui vont mourir à cause d'une éruption volcanique. On a Y~B(9; 0,35). On veut comparer P(X=3) et P(Y=5).

P(X=3)= $C_{21}^{3} \times 0{,}6^{3} \times 0{,}4^{18} = 1{,}97 \times 10^{-5}$.

P(Y=5)=$C_{9}^{5} \times 0{,}35^{5} \times O{,}65^{4} = 0{,}118$.

D. Faux. P(X≥3)=1-P(X<3)=1-[P(X=0)-P(X=1)-P(X=2)].

P(X=0)=$C_{21}^{0} \times 0{,}6^{0} \times 0{,}4^{21} = 4{,}4 \times 10^{-9}$; P(X=1)=$C_{21}^{1} \times 0{,}6 \times 0{,}4^{20} = 1{,}38 \times 10^{-7}$

P(X=2)=$C_{21}^{2} \times 0{,}6^{2} \times 0{,}4^{19} = 2{,}08 \times 10^{-6}$ donc P(X≥3)=0,999.

E. Faux. On n'a pas tous les paramètres qui nous permettent d'approximer cette loi par une loi de Poisson. En effet p=0,6>0,5. Mais n>20.

QCM n°12 : **A, B, D, E**

A. **Vrai**.

B. **Vrai**. $\frac{1}{20} = 0{,}05$.

C. Faux. C'est la variance qui est égale a 9,5, l'écart type est la racine carré de la variance mais on a bien E(X)=np=10.

D. **Vrai**. En effet, les conditions sont remplies (n>30, np>5 et n(1-p)>5). Les paramètres sont μ=np=10 et σ=$\sqrt{npq}$ =3,082.

E. **Vrai**. P(3<X<17) =$\pi\left(\frac{16{,}5-10}{3{,}082}\right)$-$\pi\left(\frac{3{,}5-10}{3{,}082}\right)$= π(2,11)– π(-2,11) = 0,9826 – 0,0174 = 0,9652.

QCM n°13 : **C, E**

A. Faux. $\int_2^4 f(x)dx = 1 \Leftrightarrow \int_2^4 (\frac{1}{x^2} + 4a)dx = 1 \Leftrightarrow \left[-\frac{1}{x} + 4ax\right]_2^4 = 1 \Leftrightarrow \left[-\frac{1}{4} + 16a\right] - \left[-\frac{1}{2} + 8a\right] = 1 \Leftrightarrow$

$8a + \frac{1}{4} = 1 \Leftrightarrow 8a = \frac{3}{4} \Leftrightarrow a = \frac{3}{32}$.

B. Faux. *Cf. item A*.

C. **Vrai**. *Cf. item A*.

D. Faux. $\int_2^4 xf(x)dx = \int_2^4 x\left(\frac{1}{x^2} + \frac{3}{8}\right)dx = \int_2^4 \frac{1}{x} + \frac{3}{8}xdx = [\ln(|x|) + \frac{3}{16}x^2]_2^4$ = [ln(4)+3]-[ln(2)+$\frac{3}{4}$]=2,94.

E. **Vrai**. *Cf. item D*.