



TUTORAT UE 4 2015-2016 – Biostatistiques

CORRECTION Séance n°7 – Semaine du 02/10/2015

Séance de révisions générales

QCM n°1 : A, B, C, D

- A. **Vrai.** Ici, on tire les bonbons en même temps, c'est donc une Combinaison : $\frac{C_{30}^2}{C_{150}^2} = 0,0389$ Attention : on ne peut pas faire 150! sur une calculette, (on utilise donc la simplification entre 150! et 148! (respectivement au numérateur et dénominateur) : $\frac{149 \times 150}{2!} = C_{150}^2$
- B. **Vrai.** Ici, on tire les bonbons successivement : $\frac{A_{30}^1 \times A_{20}^1 \times A_{40}^1 \times A_{40}^1 \times A_{20}^1}{A_{150}^5} = 2,7045 \cdot 10^{-4}$
- C. **Vrai.** C'est une permutation, donc $5! = 120$.
- D. **Vrai.** $\frac{C_{50}^3}{C_{150}^3} = 196/5513$
- E. **Faux.** Ce n'est pas parce que l'on garde les mêmes proportions en bonbons que les probabilités restent identiques. $\frac{C_{90}^2}{C_{450}^2} = 0,0396$.

QCM n°2 : A, C, D

- A. **Vrai.** $P(S) = P(S \cap T) + P(S \cap \bar{T}) = P(S/T) \times P(T) + P(S/\bar{T}) \times P(\bar{T})$ On isole $P(S/T)$ et on trouve 0,01.
- B. **Faux.** On vérifie si $P(S \cap T) = P(T) \times P(S)$; $P(T) \times P(S) = 0,16$ et $P(S \cap T) = 2,5 \times 10^{-3}$.
- C. **Vrai.** On utilise le théorème de Bayes. $P(\bar{T}/\bar{S}) = \frac{P(\bar{S}/\bar{T}) \times P(\bar{T})}{P(\bar{S}/\bar{T}) \times P(\bar{T}) + P(\bar{S}/T) \times P(T)} = 5/16$.
- D. **Vrai.** Le dénominateur dans le théorème de Bayes correspond à la formule de la probabilité totale.
- E. **Faux.** $P(T/\bar{S}) = 1 - P(\bar{T}/\bar{S}) = 11/16$.

QCM n°3 : C, D

- A. **Faux.** Ce n'est pas 15% mais bien 75%.
- B. **Faux.** Si on prend un patient au hasard, il y a 9 % de chances qu'il ne soit pas vacciné efficacement : Par exemple, si 100 personnes se font vacciner, à la première session, 10 d'entre eux seront vaccinés efficacement, ensuite 60% des 90 restant seront vaccinés efficacement à la deuxième session, soit 54, puis 75% des 36 restant non vaccinés le seront à la 3ème session, soit 27. Il ne restera donc plus que 9 personnes vaccinées inefficacement.
- C. **Vrai.** $0,09 \times 200 = 18$. (cf. item B)
- D. **Vrai.** Cf raisonnement item B
- E. **Faux.** Il a 60% de chance d'être vacciné efficacement à la 2ème session, il faut ajouter la chance d'être vacciné efficacement à la 3ème session pour ceux pour qui la 2ème session n'a pas été efficace. Soit $0,6 + 0,75 \times 0,4 = 0,9$

QCM n°4 : A, B, D

- A. **Vrai.** On a $n > 20$ et $p < 0,5$, on approxime par une loi de Poisson de paramètre $\lambda = np = 105 \times 0,07 = 7,35$
- B. **Vrai.** $P(X=0) = e^{-7,35} = 6,4259 \cdot 10^{-4}$.
- C. **Faux.** $P(X \geq 2) = 1 - P(X < 2) = 1 - P(X=0) - P(X=1) = 1 - e^{-7,35} - 7,35 \times e^{-7,35} = 0,9946$.
- D. **Vrai.** $P(X \leq 1) = P(X=0) + P(X=1) = e^{-7,35} + 7,35 \times e^{-7,35} = 5,3656 \times 10^{-3}$.
- E. **Faux.** Attention, la loi de Poisson est discrète même si elle prend un nombre infini de valeurs, ainsi aucune correction de continuité lorsqu'on passe d'une loi discrète à une autre loi discrète.

QCM n°5 : F

- A. Faux. On a $X \sim B(200; 3 \cdot 10^{-2})$. En effet, X compte le nombre total de succès après n expériences identiques et indépendantes.
- B. Faux. En effet, nous pouvons approximer par une loi normale puisqu'on a $n \geq 30$, $np = 6 \geq 5$, et $nq = 194 \geq 5$. Cependant $\mu = np = 6$, et $\sigma = \sqrt{npq} = 2,41$.
- C. Faux. En utilisant la correction de continuité, on a $P(X < 5)$ en binomiale $= P(X \leq 4,5)$ en normale $= \pi\left(\frac{4,5-6}{2,41}\right) = \pi(-0,62) = 0,2676$. On trouve 0,3409 sans la correction de continuité.
- D. Faux. En utilisant la correction de continuité, on a $P(4,5 < X \leq 6,5) = \pi\left(\frac{6,5-6}{2,41}\right) - \pi\left(\frac{4,5-6}{2,41}\right) = \pi(0,21) - \pi(-0,62) = 0,5832 - 0,2676 = 0,3156$.
- E. Faux. Il ne faut pas oublier la correction de continuité ! $P(1,5 \leq X \leq 2,5) = \pi\left(\frac{2,5-6}{2,41}\right) - \pi\left(\frac{1,5-6}{2,41}\right) = \pi(-1,45) - \pi(-1,87) = 0,0735 - 0,0307 = 0,0428$.

QCM n°6 : A, B, C, D, E

- A. **Vrai.**
- B. **Vrai.** On vérifie les conditions d'application : $np = 30 > 5$ et $nq = 60 > 5$. Pour 5%, $c = 1,96$. Les bornes de cet intervalle sont $p_0 \pm c\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}} = 1/3 \pm 1,96\sqrt{\frac{1/3(1-1/3)}{90}}$. On trouve bien l'intervalle $[0,2359 ; 0,4307]$.
- C. **Vrai.** Il suffit de multiplier notre intervalle de confiance précédent par $n = 90$ pour trouver celui du nombre de moustachus.
- D. **Vrai.** Avec un risque α plus petit, on a plus de chance d'être dans l'intervalle, ainsi celui-ci est plus grand.
- E. **Vrai.** Pour 2%, $c = 2,326$. Les bornes de cet intervalle sont $p_0 \pm c\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}} = 1/3 \pm 2,326\sqrt{\frac{1/3(1-1/3)}{90}}$. On trouve bien l'intervalle $[0,2178 ; 0,4489]$.

QCM n°7 : B, E

- A. Faux. Pour une densité de probabilité, il faut qu'elle soit continue sur intervalle de définition et qu'elle soit positive. Ensuite, il faut que ça somme de $-\infty$ à $+\infty$ soit égale à 1 :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = 1 \text{ soit en simplifiant: } \int_0^2 f(x) dx = 1 = \int_0^2 (tx^3 + k) dx = \left[\frac{tx^4}{4} + kx \right]_0^2 = 4t + 2k = 1$$

$$\text{De plus on sait que: } P(X < 1) = 0,325 \text{ Donc } \int_0^1 f(x) dx = 0,325 = \left[\frac{tx^4}{4} + kx \right]_0^1 = 0,25t + k = 0,325$$

On a donc un système à deux équations à deux inconnus qu'il faut résoudre :

$$\begin{cases} 4t + 2k = 1 \\ 0,25t + k = 0,325 \end{cases} \text{ Donc } k = 0,325 - 0,25t \text{ Ainsi on a } \begin{cases} 4t + 2(0,325 - 0,25t) = 1 \\ k = 0,325 - 0,25t \end{cases} \text{ [...] Donc } \begin{cases} t = 0,1 \\ k = 0,3 \end{cases}$$

Donc $f(x) = 0,1x^3 + 0,3$ sur $0 < x < 2$

- B. **Vrai.** Cf A

C. Faux. On a $F(u) = \int_{-\infty}^u f(x) dx$ soit en simplifiant: $\int_0^u f(x) dx = F(u) = \left[\frac{0,1x^4}{4} + 0,3x \right]_0^u = \frac{0,1x^4}{4} + 0,3u$

- D. Faux. On utilise la relation trouvée ci-dessus :

$$F(u) = \frac{0,1x^4}{4} + 0,3u \text{ donc } P(x < 1,5) = F(1,5) = \frac{0,1 \times 1,5^4}{4} + 0,3 \times 1,5 = 0,58$$

- E. **Vrai.** On a $E(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} xf(x) dx$ Donc en simplifiant: $E(x) = \int_0^2 0,1x^4 + 0,3x dx = \left[\frac{0,1x^5}{5} + \frac{0,3x^2}{2} \right]_0^2 = 1,24$

QCM n°8 : B, D, E

- A. Faux. On réalise un test du chi 2 pour deux variables qualitatives, si α augmente, $1-\alpha$ diminue.
- B. **Vrai.** Si β augmente, la puissance $(1-\beta)$ = probabilité de rejeter H0 alors qu'elle est fautive, diminue
- C. Faux. La probabilité de rejeter H0 alors qu'elle est vraie correspond au risque α . Celui-ci est indépendant du risque β , et donc de la puissance.
- D. **Vrai.** α correspond à la « probabilité de rejeter H0 alors qu'elle est vraie », donc « La probabilité de ne pas rejeter H0 alors qu'elle est vraie » correspond à $1-\alpha$. Ces deux éléments varient donc en sens inverse.
- E. **Vrai.**

QCM n°9 : C, D, E

- A. Faux. On utilise bien un test de l'écart-réduit en unilatéral car on cherche à montrer que les étudiants descendent plus de pistes que la référence, mais on n'a besoin que de la condition $n > 30$. Les autres conditions sont nécessaires pour le test de Student.
- B. Faux. $t_{obs} = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}} = \frac{117 - 114}{\frac{\sqrt{81}}{\sqrt{50}}} = 2,357$.
- C. **Vrai.** On est en unilatéral donc on lit le t_α à $\alpha \times 2 = 0,1$.
- D. **Vrai.** $t_{obs} > t_\alpha \rightarrow$ Rejet H0.
- E. **Vrai.** On cherche le t_{obs} dans la table de l'écart-réduit et on trouve $0,01 < p\text{-value} < 0,02$. Mais on est en unilatéral, il faut donc diviser la p-value par deux. On a donc : $0,005 < p\text{-value} < 0,01$.

QCM n°10 : E

	Stévia	Glucose	Fructose	Totaux
Pas d'obésité	13 $\frac{57 \times 38}{150} = 14,44$	26 $\frac{57 \times 62}{150} = 23,56$	18 $\frac{57 \times 50}{150} = 19$	57
Obésité	25 $\frac{93 \times 38}{150} = 23,56$	36 $\frac{93 \times 62}{150} = 38,44$	32 $\frac{93 \times 50}{150} = 31$	93
Totaux	38	62	50	150

- A. Faux. Le test de l'écart réduit ne permet pas de comparer plus de deux proportions.
- B. Faux. $X_{obs}^2 = \sum \frac{(O_{ij} - E_{ij})^2}{E_{ij}}$.
- C. Faux. $X_{obs}^2 = \frac{(13-14,44)^2}{14,44} + \frac{(26-23,56)^2}{23,56} + \frac{(18-19)^2}{19} + \frac{(25-23,56)^2}{23,56} + \frac{(36-38,44)^2}{38,44} + \frac{(32-31)^2}{31} = 0,724$.
Mais X_α^2 n'est pas lu à 6 ddl : $(r-1) \times (k-1) = (3-1) \times (2-1) = 2 \times 1 = 2$ ddl.
(Attention de ne pas compter les colonnes et lignes des totaux)
- D. On a $X_{obs}^2 = 0,724$ et $X_\alpha^2 = 5,991$ à 5% et 2ddl. $X_{obs}^2 < X_\alpha^2 \rightarrow$ Non rejet de H0.
- E. **Vrai.** On cherche la p-value dans la table du X^2 à 2 ddl.

QCM n°11 : B, C

- A. Faux. Les échantillons sont bien indépendants, mais on utilise donc un test de Mann-Whitney, le test de Wilcoxon étant pour des échantillons appariés.
- B. **Vrai.**
On range les différentes valeurs dans l'ordre croissant et on leur attribue un rang :

Valeur	0,8	0,85	0,9	1,05	1,1	1,2	1,2	2,4	3,2
Rang	1	2	3	4	5	6,5	6,5	8	9
Groupe	1	1	2	1	2	1	2	2	2

$S_{rg1} = 1+2+4+6,5 = 13,5$

$S_{rg2} = 3+5+6,5+8+9 = 31,5$

- C. **Vrai.**

$U_1 = n_1 n_2 + \frac{n_1(n_1+1)}{2} - S_{rg1} = 4 \times 5 + \frac{4(4+1)}{2} - 13,5 = 16,5$

$U_2 = n_1 n_2 + \frac{n_2(n_2+1)}{2} - S_{rg2} = 4 \times 5 + \frac{5(5+1)}{2} - 31,5 = 3,5$

$U = 3,5$.

- D. Faux. La valeur critique de la statistique de test est celle qui est lue dans la table. 3,5 est la statistique de test.

E. Faux. $U_{\alpha} = 1$ à 5%. On a $U > U_{\alpha}$ donc on ne rejette pas H_0 .

QCM n°12 : F

- A. Faux. L'erreur systématique correspond aux biais, elle n'est pas liée à la fluctuation d'échantillonnage.
- B. Faux. C'est le biais de sélection.
- C. Faux. C'est l'inverse, les enquêtes prospectives possèdent en principe moins de biais que les rétrospectives.
- D. Faux. L'analyse en ITT n'a de sens que dans les enquêtes expérimentales.
- E. Faux. C'est le but de l'ETC.

QCM n°13 : A, C, E

- A. **Vrai.** Cf. : cours
- B. Faux. On suppose les « deux groupes représentatifs de leurs populations respectives » donc pas de biais important de sélection.
- C. **Vrai.** On cherche donc $P(\text{Médecins/Cirrhose})$; elle est de $40/2000$ soit de 2%.
- D. Faux. On ne calcule pas de risque relatif dans les enquêtes cas/témoins.
- E. **Vrai.** On peut approximer car la prévalence est inférieure à 1% ; $OR = \frac{ad}{bc} = \frac{40 \times 9549}{51 \times 1960} = 3,82$.

QCM n°14 : B, C

- A. Faux. Etude longitudinale puisqu'elle s'étend dans le temps.
- B. **Vrai.** $RR = \frac{5/5+7}{20/20+3} = 0,479 < 1$, et comme l'intervalle de confiance ne contient pas la valeur 1 (voir énoncé), il s'agit bien d'un facteur de protection.
- C. **Vrai.** $PRA = \frac{p \times (RR-1)}{p \times RR + (1-p)}$ avec p comme proportion de personnes exposées dans la population.
 $ER = P(M/E) - P(M/\bar{E})$
- D. Faux. Bien qu'il existe des biais de perdus de vue, les biais de sélection sont quantitativement peu importants.
- E. Faux. Une enquête de cohorte exposés/non exposés permet d'étudier UNE EXPOSITION RARE pour une OU PLUSIEURES maladies.

QCM n°15 : A, D

- A. **Vrai.** $sp = P(T/M) = \frac{5}{5} = 1$
- B. Faux. $se = P(T^+/M^+) = \frac{3}{5}$ De plus, la sensibilité est une probabilité conditionnelle, donc forcément ≤ 1 .
- C. Faux. $RV^- = \frac{1-se}{sp} = \frac{2/5}{1} = \frac{2}{5} \approx 0,4$ 0,714 correspond à la VPN.
- D. **Vrai.** $RV^+ = \frac{se}{1-sp} (1-sp) = 0$, donc RV^+ tend vers l'infini. Or la valeur diagnostique d'un test positive est d'autant plus grande que RV^+ est grand.
- E. Faux. On ne peut pas calculer la VPP ici.