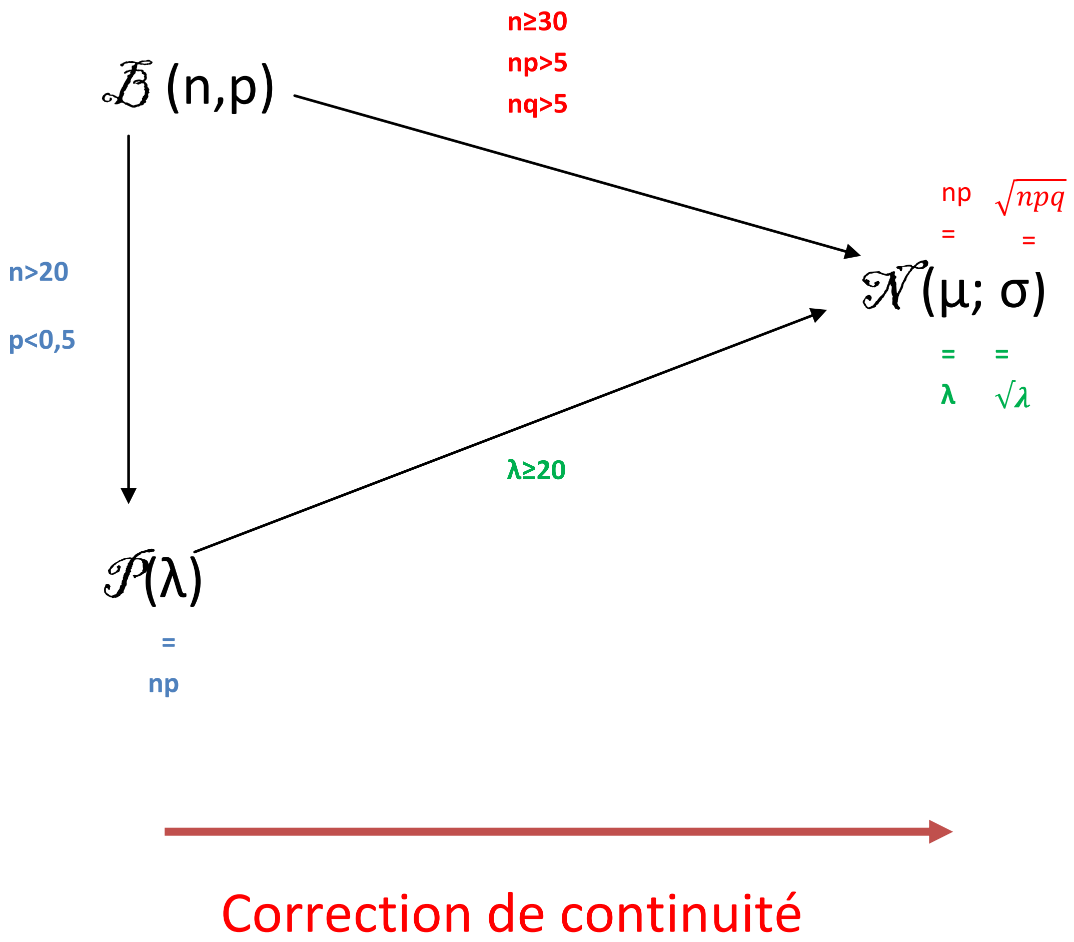
Université Montpellier 1 — Faculté de Médecine

Lois de probabilités discrètes

	Loi	Notation	Modèle	propriétés
Loi uniforme	**P(X=k)=** $\frac{1}{n}$ avec k = 1, 2, …, n.	$\mathcal{U}(1\,;n)$		Si X ~ $\mathcal{U}$(1 ; n) alors : **E(X)** = $\frac{n+1}{2}$ **Var (X)** = $\frac{n^2-1}{12}$
Loi de bernouilli	**P(X=k)** = $\begin{cases} p & \text{si } k=1 \\ q=1-p & \text{si } k=0 \end{cases}$	X ~ $\mathcal{B}$ (1,p)	modélise le résultat d'une expérience de Bernoulli, c'est-à-dire pouvant avoir uniquement 2 issues dénommées succès (k=1) et échec (k=0)	Si X ~ $\mathcal{B}$ (1,p) alors : **E(X)** = p **Var(X)**= pq
Loi binomiale	**P(X=k)=** $C_n^k \times p^k \times (1-p)^{n-k}$ Avec k = 0, 1,2,…, n.	X ~ $\mathcal{B}$ (n,p)	modélise le nombre de succès au cours de n répétitions indépendantes d'une même expérience de Bernoulli dont la probabilité de succès est p.	✓ Si n= 1 alors cela suit une loi de Bernouilli ✓ Si X ~ $\mathcal{B}$ (n,p) alors $\sum_{k=0}^{n} P(X = k) = 1$ ✓ Si X ~ $\mathcal{B}$ (n,p) alors **E(X)=** np et **Var (X)** = npq. ✓ Si X ~ $\mathcal{B}$ (n,p) alors P(X=k+1)= P(X=k) x $\frac{(n-k)p}{(k+1)q}$ ✓ Si X et Y sont indépendants X X ~ $\mathcal{B}$ (n_1,p) et Y ~ $\mathcal{B}$ (n_2,p) alors X+Y ~ $\mathcal{B}$ (n_1+ n_2,p)
Loi de poisson	**P(X=k)** = $\frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!}$ Avec k = 0,1, ….	X ~ $\mathcal{P}(\lambda)$	Loi associée aux succès des évènements rares. (peut être utilisé comme approximation d'une autre loi).	✓ Peut prendre un nombre infini de valeurs ✓ Si X ~ $\mathcal{P}(\lambda)$ alors $\sum_{k=0}^{+\infty} P(X = k) = 1$ ✓ Si X ~ $\mathcal{P}(\lambda)$ alors E(X) = λ et Var(X) = λ ✓ Si X ~ $\mathcal{P}(\lambda)$ alors P(X=k+1)=P(x=k) $\frac{\lambda}{k+1}$

Lois de probabilité continues

	Loi	Notation	Modèle	Propriétés
Loi uniforme	**f(x)=** $\begin{cases} \frac{1}{b-a} \text{ si } a \le x \le b \\ 0 \text{ sinon} \end{cases}$	X ~ $\mathcal{U}$[a ; b] avec b>a		Si X ~ $\mathcal{U}$[a ; b] alors : ✓ F(x)= $\begin{cases} 0 \text{ si } x \le a \\ \frac{x-a}{b-a} \text{ si } a<x\le b \\ 1 \text{ si } x > b \end{cases}$ ✓ **E(X)** = $\frac{a+b}{2}$ ✓ **Var(X)** = $\frac{(b-a)^2}{12}$
Loi exponentielle	**f(x)=** $\begin{cases} \theta e^{-\theta x} \text{ si } x \ge 0 \\ 0 \text{ sinon} \end{cases}$	X ~ $\mathcal{E}(\theta)$	Est notamment utilisée pour une variable aléatoire X décrivant des évènements aléatoires évoluant dans le temps.	Si X ~ $\mathcal{E}(\theta)$ alors : ✓ P(X ≤x) = F(x)=1-$e^{-\theta x}$ si x > 0 ✓ **E(X)** = $\frac{1}{\theta}$ ✓ **Var (X)** = $\frac{1}{\theta^2}$
Loi normale	**f(x)=** $\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$ ***** **(cette formule n'est pas à connaître)**	X ~ $\mathcal{N}$(μ ;σ) μdéfini la position et σ défini la largeur.	Est notamment utilisée pour une variable aléatoire X décrivant des évènements aléatoires divers comme des mesures mais aussi utile comme loi d'erreurs.	Soit X ~ $\mathcal{N}$(μ ; σ) alors : ✓ σ > 0 ✓ E(X)= μ ✓ Var(X) = σ^2 ✓ U= $\frac{X-\mu}{\sigma}$ ~ $\mathcal{N}$(0 ; 1)
Loi du chi2			$\chi^2_n=\sum_{i=1}^{n} Xi^2$ Avec Xi ~$\mathcal{N}(0,1)$ indépendants	✓ E (χ^2_n) = n ✓ Var (χ^2_n) = 2n ✓ Pour 2 lois du χ^2 indépendantes à n et p ddl : $\chi^2_n + \chi^2_p = \chi^2_{n+p}$ ✓ P(X^2≤u) = P (-$\sqrt{u}$ ≤X≤ + $\sqrt{u}$)= π ($\sqrt{u}$) – π ($-\sqrt{u}$)
Loi de student		T~$\mathcal{T}$(n)	T= $\frac{U}{\sqrt{\frac{V}{n}}}$ Avec U~ $\mathcal{N}$(0 ; 1) et V~ χ^2_n	✓ E ($\mathcal{T}$(n)) =0
Loi de fischer		Z ~ $\mathcal{F}$(n ;p)	Z= $\frac{X/n}{Y/p}$ = v.a.r de Fischer à n et p ddl X ~ χ^2_n et Y ~ χ^2_p	✓ E ($\mathcal{F}$(n ; p)) = $\frac{p}{p-2}$ pour p>2



$\mathcal{B}(n,p)$
n≥30
np>5
nq>5
n>20
p<0,5
np
$\sqrt{npq}$
=
=
$\mathcal{N}(\mu;\sigma)$
=
=
λ
$\sqrt{\lambda}$
λ≥20
$\mathcal{P}(\lambda)$
=
np
Correction de continuité